

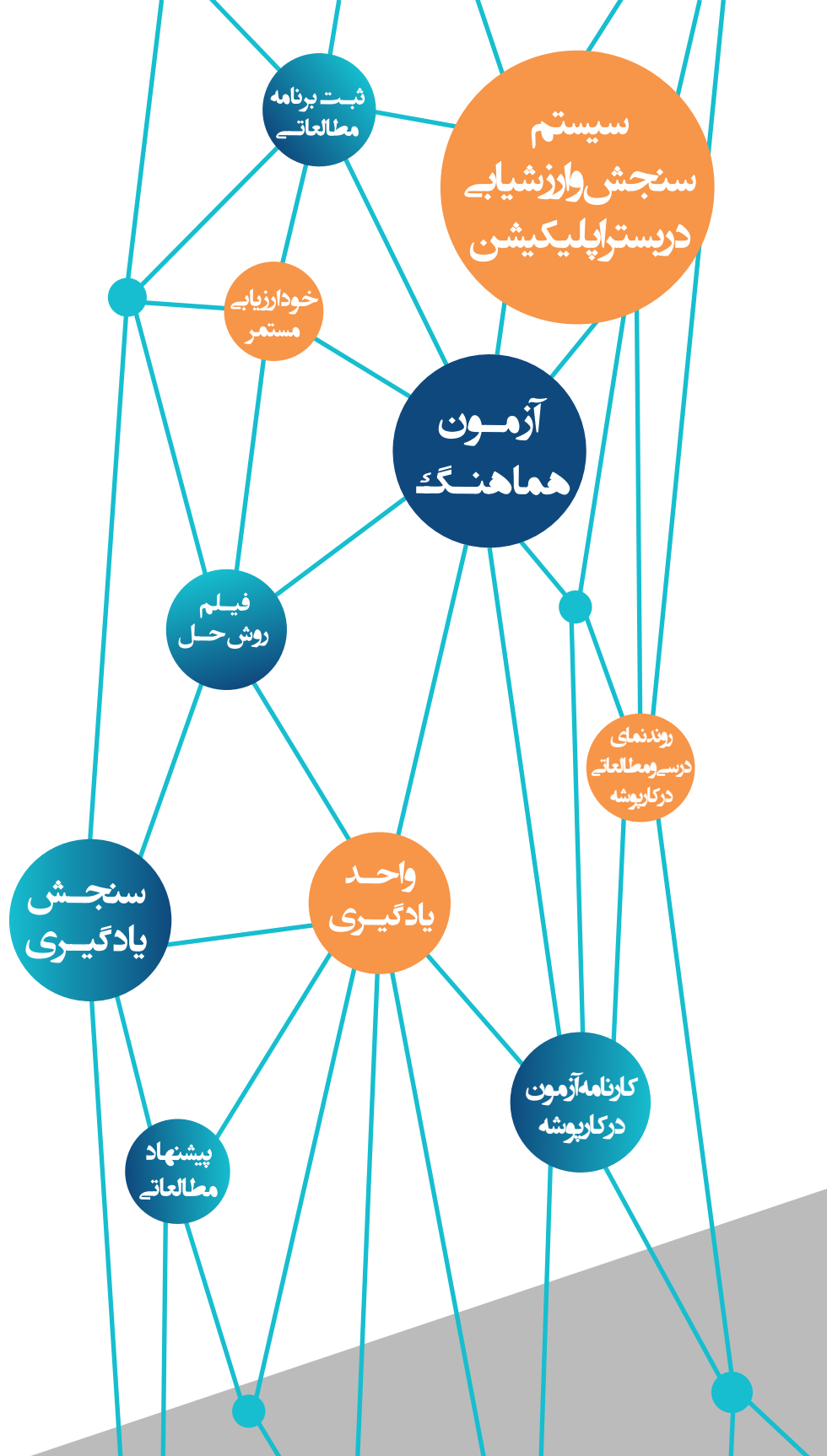


مرکز آوازی های آموزشی مرآت

سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

آزمون

هماهنگ

شماره  
۳دفترچه سوال و پاسخ  
دوازدهم ریاضی

| ردیف | مواد آزمون    | تعداد سوال | محتوای آزمون دوازدهم                                                  | محتوای آزمون دهم و یازدهم                                                       |
|------|---------------|------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| ۱    | حسابان        | ۲۵         | فصل ۱ (درس ۲) و<br>فصل ۲ (درس ۱ تا ابتدای تانژانت)                    | ریاضی ۱: فصل ۲<br>حسابان ۱: فصل ۴ (درس های ۱ تا ۳)                              |
| ۲    | هندسه         | ۱۵         | فصل ۱ (درس ۲)                                                         | هندسه ۱: فصل ۳                                                                  |
| ۳    | ریاضیات گسسته | ۱۵         | فصل ۱ (درس های ۲ و ۳)                                                 | -                                                                               |
| ۴    | فیزیک         | ۴۵         | فصل ۱ (از ابتدای سقوط آزاد تا پایان فصل) و<br>فصل ۲ (تا ابتدای تکانه) | فیزیک ۱: فصل ۵                                                                  |
| ۵    | شیمی          | ۳۵         | فصل ۱ (از ابتدای اسیدها و بازها تا پایان فصل)                         | شیمی ۱: فصل ۲ (از ابتدای واکنش های شیمیایی<br>و قانون پایستگی جرم تا پایان فصل) |



# حسابان

| شماره سوال | درس        | فصل           | واحد یادگیری                                  | زیر واحد یادگیری                            | حیطه شناختی |
|------------|------------|---------------|-----------------------------------------------|---------------------------------------------|-------------|
| ۱          | ریاضی (۱)  | فصل ۲: مثلثات | درس ۱: نسبت‌های مثلثاتی                       | مساحت                                       | مقدماتی     |
| ۲          | ریاضی (۱)  | فصل ۲: مثلثات | درس ۲: دایره مثلثاتی                          | نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی           | مقدماتی     |
| ۳          | ریاضی (۱)  | فصل ۲: مثلثات | درس ۲: دایره مثلثاتی                          | نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی           | مقدماتی     |
| ۴          | ریاضی (۱)  | فصل ۲: مثلثات | درس ۳: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی             | اتحادهای مثلثاتی                            | مقدماتی     |
| ۵          | ریاضی (۱)  | فصل ۲: مثلثات | درس ۳: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی             | اتحادهای مثلثاتی                            | مقدماتی     |
| ۶          | ریاضی (۱)  | فصل ۲: مثلثات | درس ۳: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی             | اتحادهای مثلثاتی                            | مقدماتی     |
| ۷          | حسابان (۱) | فصل ۴: مثلثات | درس ۱: رادیان                                 | مساحت قطاع دایره                            | مقدماتی     |
| ۸          | حسابان (۱) | فصل ۴: مثلثات | درس ۱: رادیان                                 | طول کمان دایره                              | مقدماتی     |
| ۹          | حسابان (۱) | فصل ۴: مثلثات | درس ۲: نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا            | نسبت‌های مثلثاتی زوایای متمم / قرینه / مکمل | مقدماتی     |
| ۱۰         | حسابان (۱) | فصل ۴: مثلثات | درس ۲: نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا            | نسبت‌های مثلثاتی زوایای متمم / قرینه / مکمل | مقدماتی     |
| ۱۱         | حسابان (۱) | فصل ۴: مثلثات | درس ۲: نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا            | نسبت‌های مثلثاتی زوایای متمم / قرینه / مکمل | مقدماتی     |
| ۱۲         | حسابان (۱) | فصل ۴: مثلثات | درس ۳: توابع مثلثاتی                          | نمودار توابع سینوس و کسینوس                 | مقدماتی     |
| ۱۳         | حسابان (۱) | فصل ۴: مثلثات | درس ۳: توابع مثلثاتی                          | نمودار توابع سینوس و کسینوس                 | مقدماتی     |
| ۱۴         | حسابان (۲) | فصل ۱: تابع   | درس ۲: تابع درجه سوم و چندجمله‌ای             | تابع درجه سوم و چندجمله‌ای                  | مقدماتی     |
| ۱۵         | حسابان (۲) | فصل ۱: تابع   | درس ۲: توابع یکنوا                            | توابع یکنوا                                 | مقدماتی     |
| ۱۶         | حسابان (۲) | فصل ۱: تابع   | درس ۲: توابع یکنوا                            | توابع یکنوا                                 | مقدماتی     |
| ۱۷         | حسابان (۲) | فصل ۱: تابع   | درس ۲: توابع یکنوا                            | توابع یکنوا                                 | مقدماتی     |
| ۱۸         | حسابان (۲) | فصل ۱: تابع   | درس ۲: بخش‌پذیری و تقسیم                      | محاسبه باقی‌مانده                           | مقدماتی     |
| ۱۹         | حسابان (۲) | فصل ۱: تابع   | درس ۲: بخش‌پذیری و تقسیم                      | محاسبه باقی‌مانده                           | مقدماتی     |
| ۲۰         | حسابان (۲) | فصل ۱: تابع   | درس ۲: بخش‌پذیری و تقسیم                      | محاسبه باقی‌مانده                           | مقدماتی     |
| ۲۱         | حسابان (۲) | فصل ۲: مثلثات | درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی) | دوره تناوب توابع خاص                        | مقدماتی     |
| ۲۲         | حسابان (۲) | فصل ۲: مثلثات | درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی) | دوره تناوب توابع خاص                        | مقدماتی     |
| ۲۳         | حسابان (۲) | فصل ۲: مثلثات | درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی) | دوره تناوب توابع خاص                        | مقدماتی     |
| ۲۴         | حسابان (۲) | فصل ۲: مثلثات | درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی) | نمودارهای متناوب                            | مقدماتی     |
| ۲۵         | حسابان (۲) | فصل ۲: مثلثات | درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی) | نمودارهای متناوب                            | مقدماتی     |

برای مشاهده فیلم روش حل، فیلم را لمس نمایید.

سرگروه دبیران حسابان: جناب آقای امین کعبه منور

## حسابان

۱.

اگر مساحت یک شش ضلعی منتظم برابر  $۳\sqrt{۳}$  باشد، محیط آن برابر کدام گزینه است؟

۱۲ $\sqrt{۲}$  (۴)

۸ $\sqrt{۲}$  (۳)

۶ $\sqrt{۲}$  (۲)

۴ $\sqrt{۲}$  (۱)

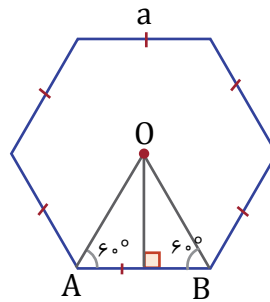
گزینه صحیح ۲

پاسخ



فیلم

اگر طول هر ضلع شش ضلعی را برابر  $a$  در نظر بگیریم:



مطابق شکل، مثلث  $OAB$  متساوی الاضلاع است، بنابراین هر ضلع آن برابر  $a$  است:

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 60^\circ$$

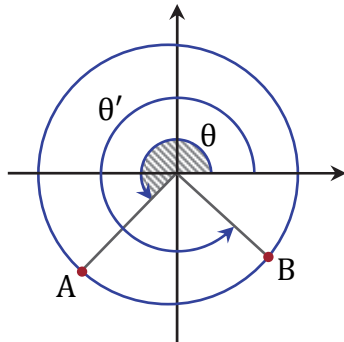
$$\Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\Rightarrow S_{\text{شش ضلعی}} = 6 S_{\triangle OAB} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 3\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{محیط شش ضلعی} = 6a = 6\sqrt{2}$$

در دایرهٔ مثلثاتی زیر مختصات نقطهٔ A به صورت  $A(x, 2x + 1)$  و مختصات نقطهٔ B به صورت  $B(2x' - 1, -x')$  مفروضند. حاصل  $\sin\theta' - \cos\theta$  برابر کدام گزینه است؟



۱)  $-\frac{1}{5}$

۲)  $\frac{7}{5}$

۳) صفر

۴)  $\frac{1}{5}$

پاسخ



فیلم

گزینهٔ صحیح ۳

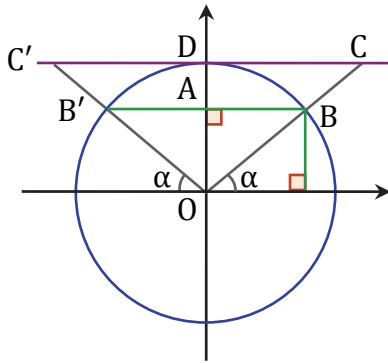
نقطهٔ A و B روی دایرهٔ مثلثاتی قرار دارند بنابراین:

$$\begin{cases} x^2 + (2x + 1)^2 = 1 \Rightarrow 5x^2 + 4x + 1 = 1 \\ \Rightarrow x(5x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ ق ق} \\ x = -\frac{4}{5} \Rightarrow \cos\theta = -\frac{4}{5} \end{cases} \\ (2x' - 1)^2 + (-x')^2 = 1 \Rightarrow 5x'^2 - 4x' + 1 = 1 \\ \Rightarrow x'(5x' - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x' = 0 \text{ غ ق ق} \\ x' = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin\theta' = -x' = -\frac{4}{5} \end{cases} \end{cases}$$

$$\sin\theta' - \cos\theta = -\frac{4}{5} - \left(-\frac{4}{5}\right) = 0$$



در دایرهٔ مثلثاتی زیر، مساحت چهارضلعی  $BCC'B'$  برابر کدام گزینه است؟



①  $\frac{\cos^3 \alpha}{\sin \alpha}$

②  $\frac{\sin^3 \alpha}{\cos \alpha}$

③  $\frac{\cos \alpha (1 - \sin \alpha)}{\sin \alpha}$

④  $\frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha)}{\cos \alpha}$

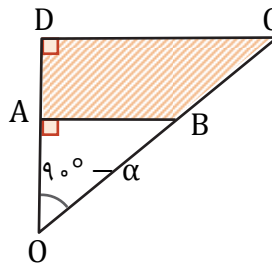
پاسخ



فیلم

گزینهٔ صحیح ۱

با توجه به تقارن شکل ابتدا مساحت ذوزنقهٔ  $ABCD$  را محاسبه می‌کنیم. در نتیجه با توجه به دایرهٔ مثلثاتی داده شده داریم:



$$\begin{cases} AD = 1 - OA = 1 - \sin \alpha \\ AB = \cos \alpha \end{cases}$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{CD}{OD} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{CD}{OD} = \frac{CD}{1} \Rightarrow CD = \cot \alpha$$

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2} (AB + CD) \times AD \\ &= \frac{1}{2} \times (\cos \alpha + \cot \alpha) \times (1 - \sin \alpha) \\ &= \frac{1}{2} \times \left( \cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) (1 - \sin \alpha) \\ &= \frac{\cos \alpha}{2} \left( \frac{\sin \alpha + 1}{\sin \alpha} \right) (1 - \sin \alpha) = \frac{\cos \alpha}{2} \left( \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha} \right) \\ &= \frac{(\cos \alpha)(\cos^2 \alpha)}{2 \sin \alpha} = \frac{\cos^3 \alpha}{2 \sin \alpha} \end{aligned}$$

بنابراین مساحت چهارضلعی  $BCC'B'$  برابر است با:

$$S_{BCC'B'} = 2S_{ABCD} = 2 \times \frac{\cos^3 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{\cos^3 \alpha}{\sin \alpha}$$



اگر رابطه  $\frac{a+\cos x}{1-\cos x} - \frac{b-\cos x}{1+\cos x} = 6 \frac{\cot x}{\sin x}$  یک اتحاد باشد، حاصل  $3a + b$  برابر کدام گزینه است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۴

$$\frac{a+\cos x}{1-\cos x} - \frac{b-\cos x}{1+\cos x} = \frac{6 \cot x}{\sin x}$$

$$\Rightarrow \frac{(a+\cos x)(1+\cos x) - (1-\cos x)(b-\cos x)}{1-\cos^2 x} = \frac{6 \frac{\cos x}{\sin x}}{\sin x}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{\cos^2 x} + (a+1)\cos x + a - \cancel{\cos^2 x} + (b+1)\cos x - b}{\sin^2 x} = \frac{6 \cos x}{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow (a+b+2)\cos x + (a-b) = 6 \cos x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b+2=6 \\ a-b=0 \end{cases} \Rightarrow a=b=2 \Rightarrow 3a+b=8$$

اگر  $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}$  باشد، حاصل عبارت A برابر کدام گزینه است؟

$$A = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\cot x}$$

$$2 + 2\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$2 + \sqrt{2} \quad (۱)$$

$$2 - \sqrt{2} \quad (۴)$$

$$2 - 2\sqrt{2} \quad (۳)$$

پاسخ



گزینه صحیح ۳

$$\sin x + \cos x = -\sqrt{2} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 2 \Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = 2$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2}$$

$$A = \left( \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right) + \left( \frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\cot x} \right)$$

$$= \left( \frac{\cos x + \sin x}{\sin x \cos x} \right) + \left( \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} \right) = \left( \frac{\cos x + \sin x}{\sin x \cos x} \right) + \left( \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos x} \right)$$

$$= \frac{-\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{2} + 2$$



چه تعداد از عبارت‌های زیر مستقل از  $\theta$  می‌باشد؟

(I)  $\cos^6 \theta + 2\sin^2 \theta - \sin^6 \theta$

(II)  $\sin^2 \theta \cos^2 \theta (\tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 2)$

(III)  $(\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2$

(IV)  $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta + 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} \quad & \cos^6 \theta + 2\sin^2 \theta - \sin^6 \theta = (\cos^6 \theta - \sin^6 \theta) + 2\sin^2 \theta \\
 & = (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)(\underbrace{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}_1) + 2\sin^2 \theta \\
 & = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta + 2\sin^2 \theta = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(II)} \quad & \sin^2 \theta \cos^2 \theta (\tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 2) \\
 & = \sin^4 \theta + \cos^4 \theta + 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
 & = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 = 1^2 = 1
 \end{aligned}$$

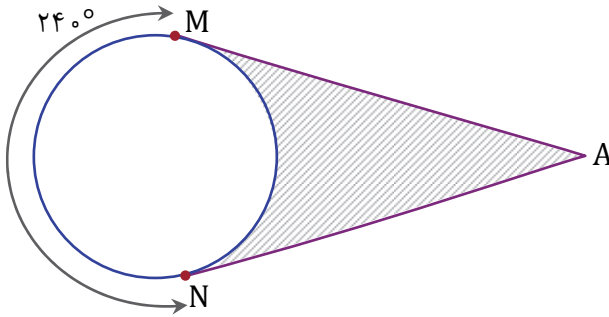
$$\begin{aligned}
 \text{(III)} \quad & (\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2 \\
 & = \underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1 + \cancel{2\sin \theta \cos \theta} + \underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1 \\
 & \quad - \cancel{2\sin \theta \cos \theta} = 2
 \end{aligned}$$

برای عبارت چهارم از اتحاد مکعب کمک می‌گیریم:

$$\begin{aligned}
 \sin^6 \theta + \cos^6 \theta & = (\underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1)^3 - 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta (\underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1) \\
 & = 1 - 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
 \text{(IV)} \quad & \sin^6 \theta + \cos^6 \theta + 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
 & = 1 - \cancel{3\sin^2 \theta \cos^2 \theta} + \cancel{3\sin^2 \theta \cos^2 \theta} = 1
 \end{aligned}$$

بنابراین هر ۴ عبارت داده شده مستقل از  $\theta$  هستند.

دایره زیر به شعاع ۲ مفروض است. مساحت ناحیه هاشور خورده چقدر است؟



۱)  $4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$

۲)  $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

۳)  $4\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

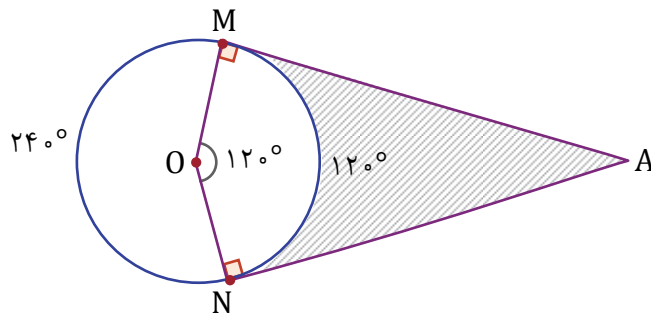
۴)  $2\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$

گزینه صحیح ۱

پاسخ



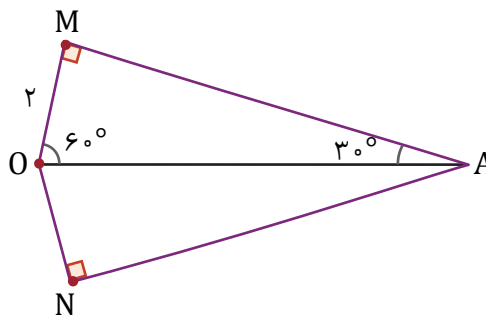
فیلم



$$120^\circ \sim \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)}$$

$$\text{مساحت قطاع OMN} : \frac{1}{2} r^2 \alpha = \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

با توجه به شکل:

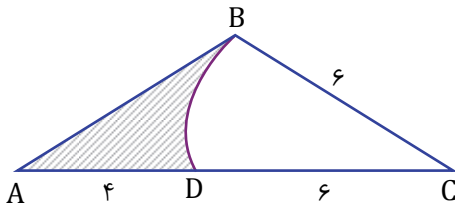


$$\tan 60^\circ = \frac{AM}{OM} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AM}{2} \Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$$

$$S_{OMAN} = 2S_{\triangle OAM} = 2 \times \left( \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} \right) = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{هاشور خورده}} = S_{OMAN} - S_{\text{قطاع OMN}} = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$$

در شکل زیر اگر زاویه C برابر  $90^\circ$  رادیان باشد، محیط قسمت هاشورخورده برابر کدام گزینه است؟ ( $\cos 90^\circ = 0/6$ )



۱۵/۴ (۱)

۱۶/۴ (۲)

۱۷/۴ (۳)

۱۸/۴ (۴)

پاسخ



گزینه صحیح ۳

$$\widehat{BD} = 6 \times (90^\circ/9) = 5/4$$

برای محاسبه طول ضلع AB از قضیه کسینوس ها استفاده می کنیم:

$$AB^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \times \cos 90^\circ/9 \Rightarrow AB^2 = 136 - 72 \Rightarrow AB = 8$$

$$\text{محیط قسمت هاشورخورده: } 8 + 4 + 5/4 = 17/4$$

حاصل عبارت  $x = \frac{2\pi}{y}$  به ازای  $\frac{\cos x \times \cos 2x \times \cos 4x \times \sin 2x}{\sin \Delta x \times \cos 3x \times \cos \frac{3x}{y} \times \sin \frac{3x}{y}}$  برابر کدام گزینه است؟

۱/۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۱

$$\frac{\cos x \times \cos 2x \times \cos 4x \times \sin 2x}{\sin \Delta x \times \cos 3x \times \cos \frac{3x}{y} \times \sin \frac{3x}{y}} \stackrel{x=\frac{2\pi}{y}}{=} \frac{\cos \frac{2\pi}{y} \times \cos \frac{4\pi}{y} \times \cos \frac{8\pi}{y} \times \sin \frac{4\pi}{y}}{\sin \frac{10\pi}{y} \times \cos \frac{6\pi}{y} \times \cos \frac{3\pi}{y} \times \sin \frac{3\pi}{y}}$$

$$\frac{4\pi}{y} + \frac{3\pi}{y} = \pi \quad \frac{4\pi}{y} + \frac{10\pi}{y} = 2\pi$$

$$\begin{aligned} &\left( \frac{\cos \frac{2\pi}{y}}{\sin \frac{3\pi}{y}} \right) \left( \frac{\cos \frac{4\pi}{y}}{\cos \frac{3\pi}{y}} \right) \left( \frac{\cos \frac{8\pi}{y}}{\cos \frac{6\pi}{y}} \right) \left( \frac{\sin \frac{4\pi}{y}}{\sin \frac{10\pi}{y}} \right) \\ &\frac{2\pi}{y} + \frac{3\pi}{y} = \frac{\pi}{y} \quad \frac{8\pi}{y} + \frac{6\pi}{y} = 2\pi \end{aligned}$$

میدانید

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{\pi}{y} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta \\ \alpha + \beta = \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\cos \beta \\ \alpha + \beta = 2\pi \Rightarrow \cos \alpha = \cos \beta \\ \alpha + \beta = 2\pi \Rightarrow \sin \alpha = -\sin \beta \end{cases}$$

$$\frac{\cos \frac{2\pi}{y}}{\sin \frac{3\pi}{y}} \times \frac{\cos \frac{4\pi}{y}}{\cos \frac{3\pi}{y}} \times \frac{\cos \frac{8\pi}{y}}{\cos \frac{6\pi}{y}} \times \frac{\sin \frac{4\pi}{y}}{\sin \frac{10\pi}{y}} = 1$$

با توجه به روابط بالا:

۱۰. در تساوی  $\frac{a \sin \frac{21\pi}{10} + \cos \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{29\pi}{10} - 2 \sin \frac{31\pi}{10}}{(\cos \frac{\pi}{10})(\tan \frac{31\pi}{10}) + 2 \cos \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{39\pi}{10}} = 3$  مقدار  $a$  برابر کدام گزینه است؟

۴ -۱

۳ -۲

۲ ۲

۱ ۱

پاسخ



گزینه صحیح ۲

$$\begin{aligned} \frac{a \sin \frac{21\pi}{10} + \cos \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{29\pi}{10} - 2 \sin \frac{31\pi}{10}}{(\cos \frac{\pi}{10})(\tan \frac{31\pi}{10}) + 2 \cos \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{39\pi}{10}} &= 3 \\ \Rightarrow \frac{a \sin(2\pi + \frac{\pi}{10}) + \cos(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{10}) + \sin(3\pi - \frac{\pi}{10}) - 2 \sin(3\pi + \frac{\pi}{10})}{(\cos \frac{\pi}{10})(\tan(3\pi + \frac{\pi}{10})) + 2 \cos(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{10}) + \sin(4\pi - \frac{\pi}{10})} &= 3 \\ \Rightarrow \frac{a \sin \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} - 2 \sin \frac{\pi}{10}}{(\cos \frac{\pi}{10}) \times \tan \frac{\pi}{10} + 2 \sin \frac{\pi}{10} - \sin \frac{\pi}{10}} &= 3 \\ \Rightarrow \frac{(a+4) \sin \frac{\pi}{10}}{2 \sin \frac{\pi}{10}} &= 3 \Rightarrow \frac{a+4}{2} = 3 \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

۱۱. اگر تساوی  $\cot(a - \frac{\pi}{4}) \times \cot \frac{\pi}{8} = -1$  برقرار باشد،  $a$  برابر کدام یک از گزینه‌های زیر

می‌تواند باشد؟

۴  $\frac{9\pi}{8}$ ۳  $\frac{7\pi}{8}$ ۲  $\frac{5\pi}{8}$ ۱  $\frac{3\pi}{8}$ 

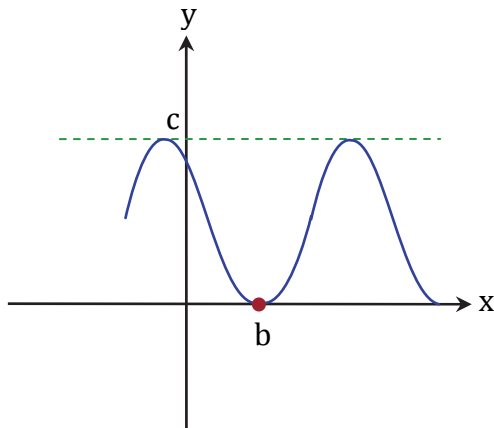
پاسخ



گزینه صحیح ۳

$$\begin{aligned} \cot(a - \frac{\pi}{4}) \cot \frac{\pi}{8} &= -1 \Rightarrow \cot(a - \frac{\pi}{4}) = \frac{-1}{\cot \frac{\pi}{8}} \\ \Rightarrow \cot(a - \frac{\pi}{4}) &= -\tan \frac{\pi}{8} \\ \Rightarrow \cot(a - \frac{\pi}{4}) &= \cot(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}) \Rightarrow \cot(a - \frac{\pi}{4}) = \cot \frac{5\pi}{8} \\ \Rightarrow a - \frac{\pi}{4} &= \frac{5\pi}{8} \Rightarrow a = \frac{5\pi}{8} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{8} \end{aligned}$$

۱۲. قسمتی از نمودار  $y = a - \sin(x + \frac{\pi}{3})$  به صورت زیر است، حاصل  $abc$  کدام است؟



①  $\frac{\pi}{3}$

②  $\frac{\pi}{6}$

③  $\frac{\pi}{2}$

④  $\frac{2\pi}{3}$

پاسخ



گزینه صحیح ۱

$$-1 \leq \sin(x + \frac{\pi}{3}) \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sin(x + \frac{\pi}{3}) \leq 1$$

$$\Rightarrow a - 1 \leq a - \sin(x + \frac{\pi}{3}) \leq a + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ a + 1 = c \end{cases}$$

$$\Rightarrow c = 2$$

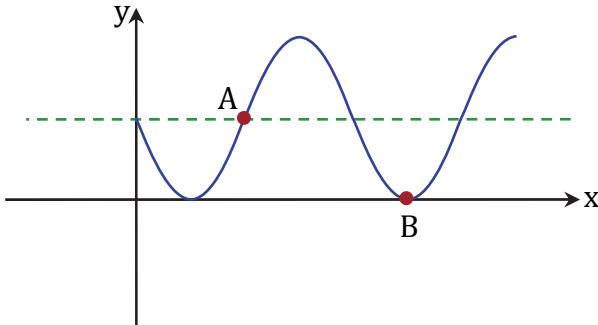
نقطه  $(b, 0)$  روی تابع قرار دارد بنابراین:

$$y = 0 \Rightarrow 1 - \sin(b + \frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow \sin(b + \frac{\pi}{3}) = 1$$

$$\Rightarrow b + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{\pi}{6}$$

$$abc = 1 \times \frac{\pi}{6} \times 2 = \frac{\pi}{3}$$

قسمتی از نمودار تابع  $y = 2 - 2\sin 2x$  به صورت زیر است. شیب خطی که از نقاط A و B می‌گذرد برابر کدام گزینه است؟



①  $-\frac{2}{3\pi}$

②  $-\frac{1}{\pi}$

③  $-\frac{4}{3\pi}$

④  $-\frac{8}{3\pi}$

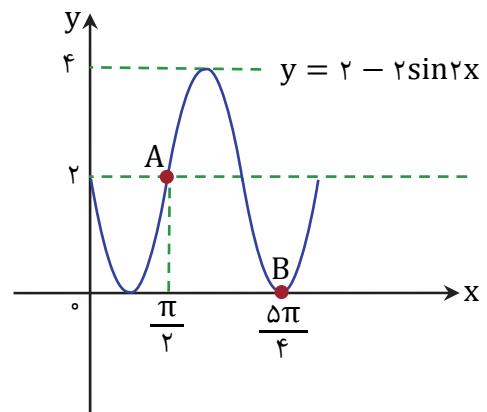
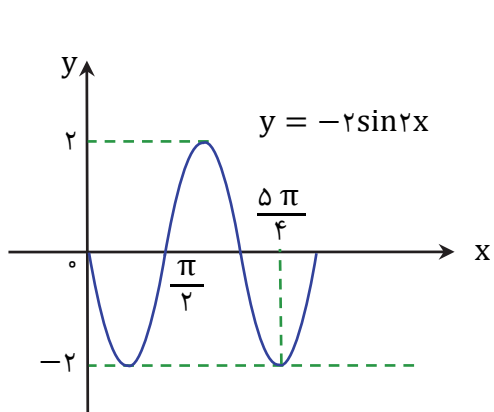
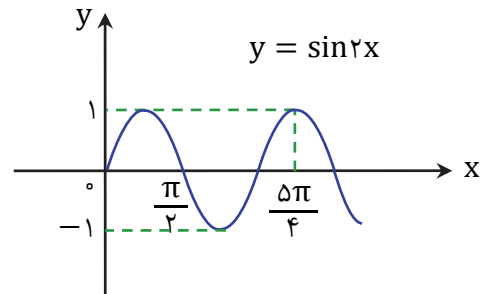
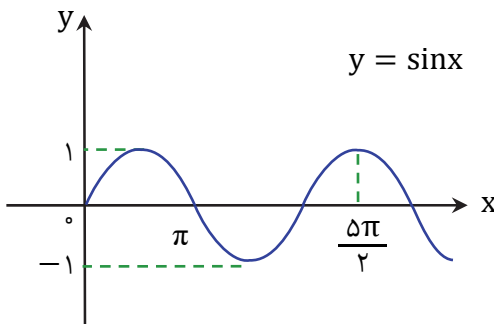
پاسخ



فیلم



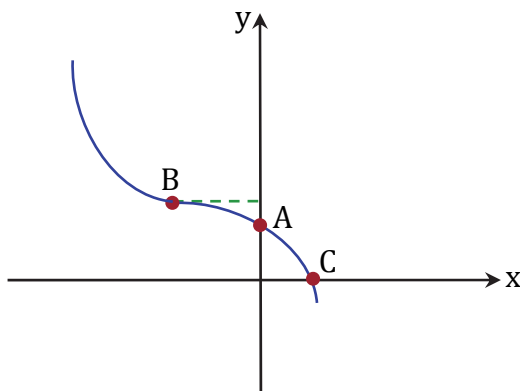
گزینه صحیح ۴



$$\begin{cases} A(\frac{\pi}{2}, 2) \\ B(\frac{5\pi}{4}, 0) \end{cases} \Rightarrow \text{شیب خط AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-2}{\frac{5\pi}{4}-\frac{\pi}{2}} = \frac{-2}{\frac{3\pi}{4}} = \frac{-8}{3\pi}$$



۱۴. نمودار تابع  $f(x) = 8 - (x + 1)^3$  به صورت زیر است. مساحت مثلث ABC چقدر است؟



۳/۵ (۱)

۲/۵ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

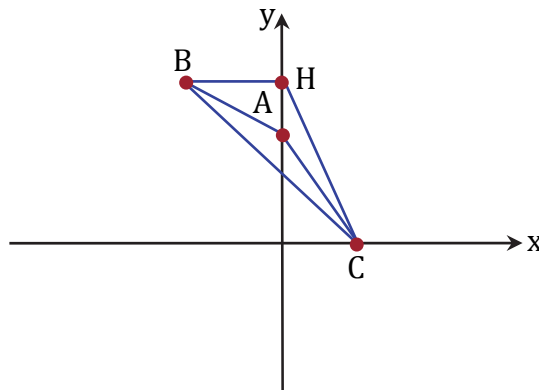
پاسخ



گزینه صحیح ۳

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 8 - (0 + 1)^3 = 7 \Rightarrow A(0, 7) \\ y = 0 \Rightarrow 8 - (x + 1)^3 = 0 \Rightarrow (x + 1)^3 = 8 \Rightarrow x = 1 \\ \Rightarrow C(1, 0) \end{cases}$$

با توجه به اینکه نمودار تابع، فقط یک تبدیل افقی  $(x \rightarrow x + 1)$  را دارد، بنابراین مختصات نقطه  $B(-1, 8)$  است.



$$\begin{cases} S_{\triangle CBH} = \frac{8 \times 1}{2} = 4 \\ S_{\triangle AHC} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2} \\ S_{\triangle ABH} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CBH} - S_{\triangle AHC} - S_{\triangle ABH} = 4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3$$

چه تعداد از توابع زیر، در دامنه خود توابعی صعودی هستند؟

$$y = x^2|x|; y = \frac{x}{[x]+[-x]}; y = x + [x]; y = |x| + \sqrt{x}$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

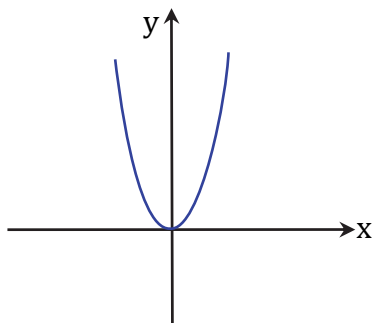
۱ (۱)

پاسخ



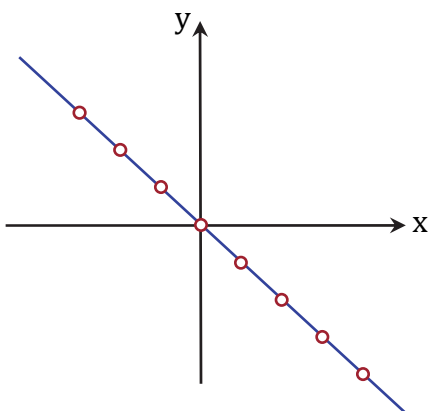
فیلم

گزینه صحیح ۲



$$(I) y = x^2|x| = \begin{cases} x^3 & x \geq 0 \\ -x^3 & x < 0 \end{cases}$$

با توجه به شکل، تابع  $y = x^2|x|$  تابعی غیر یکنوا است.



$$(II) y = \frac{x}{[x]+[-x]}$$

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \text{ می دانید}$$

$$\Rightarrow y = \frac{x}{-1} = -x (x \notin \mathbb{Z})$$

این تابع، تابعی اکیداً نزولی است.

(III) برای بررسی یکنوایی تابع  $y = x + [x]$  از تعریف یکنوایی استفاده می کنیم:

$$x_2 > x_1 \Rightarrow [x_2] \geq [x_1]$$

$$\frac{x_2 > x_1}{x_2 > x_1}$$

$$x_2 + [x_2] > x_1 + [x_1] \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$$

پس تابع  $f(x) = x + [x]$  تابعی اکیداً صعودی است.

(IV)

$$y = |x| + \sqrt{x} \quad D: x \geq 0 \Rightarrow y = x + \sqrt{x}$$

$$x_2 > x_1 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x_2} > \sqrt{x_1}$$

$$\frac{x_2 > x_1}{x_2 > x_1}$$

$$x_2 + \sqrt{x_2} > x_1 + \sqrt{x_1} \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$$

بنابراین تابع  $y = x + \sqrt{x}$  تابعی اکیداً صعودی است.



تابع  $f(x) = 2\sin(2\pi ax)$  در بازه  $(0, 2)$  اکیداً نزولی است. حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

④  $-\frac{1}{2}$

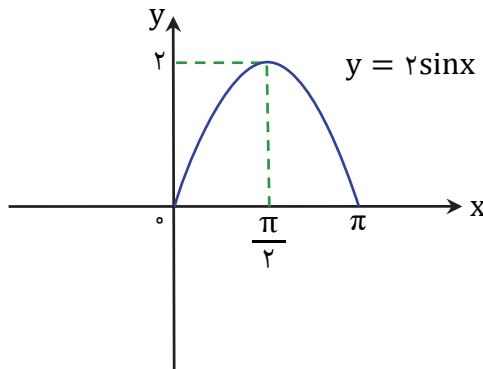
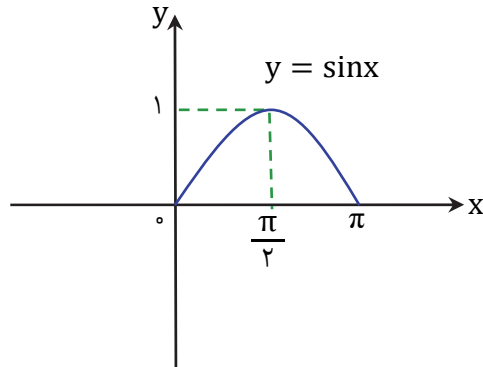
③  $-\frac{1}{3}$

②  $-\frac{1}{4}$

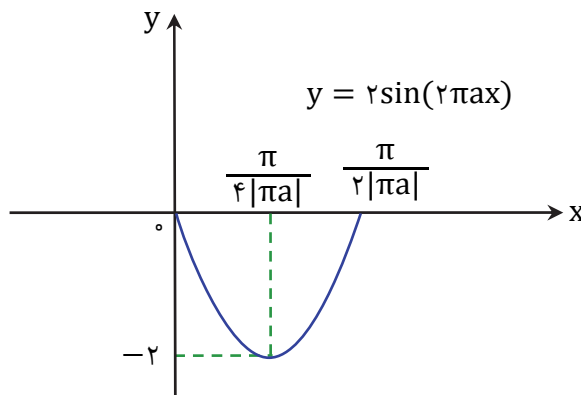
①  $-\frac{1}{8}$

گزینه صحیح ۱

پاسخ



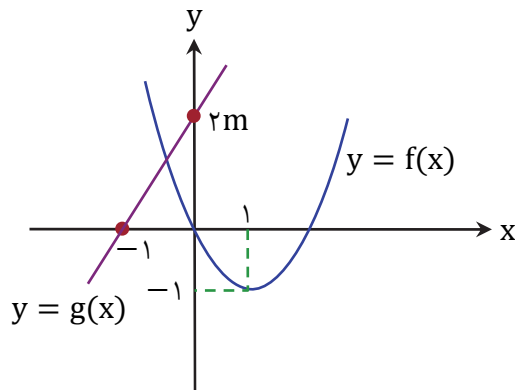
برای رسم  $y = 2\sin(2\pi ax)$  از روی نمودار  $y = 2\sin x$  باید طول نمودار بر  $2\pi a$  تقسیم شود و برای اینکه در بازه  $(0, 2)$  اکیداً نزولی شود، باید  $a$  منفی باشد:  $a < 0$  (I)



$$\frac{\pi}{4|a|} \geq 2 \Rightarrow |a| \leq \frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{1}{8} \leq a \leq \frac{1}{8} \quad \text{(II)}$$

$$(I) \cap (II): -\frac{1}{8} \leq a < 0$$

نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر است. اگر تابع  $h(x) = mx + f(x) + g(x)$  در بازه  $[-2, +\infty)$  اکیداً صعودی باشد، محدوده  $m$  کدام است؟



①  $(-\infty, -2]$

②  $[-2, 2]$

③  $[-2, +\infty)$

④  $[2, +\infty)$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

با توجه به نمودار، در تابع  $y = f(x)$  رأس سهمی داده شده است، بنابراین برای نوشتن ضابطه آن از رابطه  $y = a(x - x_s)^2 + y_s$  استفاده می‌کنیم که در آن  $x_s$  و  $y_s$  به ترتیب مختصات طول و عرض رأس سهمی می‌باشند:

$$y = a(x - 1)^2 - 1 \xrightarrow{(\circ, \circ) \in f} \circ = a(\circ - 1)^2 - 1 \\ \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = (x - 1)^2 - 1 = x^2 - 2x$$

حال ضابطه  $y = g(x)$  را به دست می‌آوریم:

$$(-1, \circ), (\circ, 2m)$$

$$\text{شیب خط} : m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2m - \circ}{\circ - (-1)} = 2m$$

$$y - \circ = 2m(x + 1) \Rightarrow y = 2mx + 2m$$

$$\Rightarrow g(x) = 2mx + 2m$$

$$h(x) = mx + f(x) + g(x) = \underline{mx} + x^2 - \underline{2x} + \underline{2mx} + 2m$$

$$\Rightarrow y = x^2 + (3m - 2)x + 2m$$

برای اینکه تابع درجه دوم  $h(x)$  در بازه  $[-2, +\infty)$  اکیداً صعودی باشد:

$$x_{\text{رأس سهمی}} \leq -2 \Rightarrow \frac{-(3m-2)}{2(1)} \leq -2 \Rightarrow \frac{3m-2}{2} \geq 2$$

$$\Rightarrow 3m \geq 6 \Rightarrow m \geq 2 \Rightarrow m \in [2, +\infty)$$



۱۸. اگر  $f(x) = 5x^{17} + 4x^{11} - 3x^5 + 1$  در تقسیم بر  $x^3 - x$  باقی‌مانده  $R(x)$  داشته باشد، باقی‌مانده تقسیم  $R(2x^2 - 1) + R(\cos x) + R(\sin x)$  بر  $5x$  برابر کدام گزینه است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

-۱۱ (۲)

۱۳ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۳

بنابر قضیه تقسیم در چندجمله‌ای‌ها:

$$f(x) = (x^3 - x) \times q(x) + R(x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \times q(1) + R(1) \Rightarrow f(1) = R(1) = 7 \\ f(0) = 0 \times q(0) + R(0) \Rightarrow f(0) = R(0) = 1 \\ f(-1) = 0 \times q(-1) + R(-1) \\ \Rightarrow f(-1) = R(-1) = -5 \end{cases}$$

$$g(x) = R(2x^2 - 1) + R(\cos x) + R(\sin x)$$

$$R' = g(0) = R(-1) + R(1) + R(0)$$

$$= (-5) + 7 + 1 = 3$$

۱۹. اگر عبارت  $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 2x - 3$  بر  $x^2 - 2x - 3$  بخش‌پذیر باشد، حاصل  $a + b$  برابر کدام گزینه است؟

-۸ (۴)

-۴ (۳)

-۲ (۲)

صفر (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۳

$$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$$

برای اینکه  $p(x)$  بر  $x^2 - 2x - 3$  بخش‌پذیر باشد باید هم بر  $x + 1$  و هم بر  $x - 3$  بخش‌پذیر باشد، در نتیجه:

$$\begin{cases} p(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a + b + 2 - 3 = 0 \Rightarrow -a + b = 0 \\ p(3) = 0 \Rightarrow 81 + 27a + 9b - 6 - 3 = 0 \\ \Rightarrow 27a + 9b = -72 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = b \\ 3a + b = -8 \end{cases} \Rightarrow 4a = -8 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow b = -2$$

۲۰. اگر باقی مانده تقسیم  $ax^3 + bx^2 + 2x + d$  بر  $x - 1$  برابر ۲ باشد، باقی مانده تقسیم  $ax^2 + bx + d$  بر  $x - \frac{d}{a}$  چقدر است؟

۴ صفر

۳ -۱

۲ ۱

۱ ۲

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1; R = 2 \Rightarrow R = a \times 1^3 + b \times 1^2 + 2 \times 1 + d = 2 \\ \Rightarrow a + b + d = 0$$

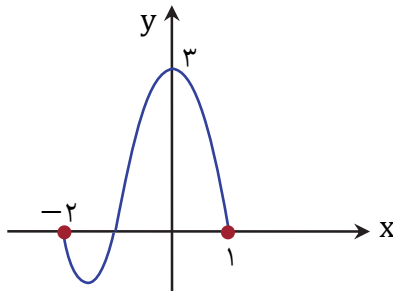
$$x - \frac{d}{a} = 0 \Rightarrow x = \frac{d}{a} \Rightarrow R' = a\left(\frac{d}{a}\right)^2 + b\left(\frac{d}{a}\right) + d$$

$$\Rightarrow R' = \frac{d^2}{a} + \frac{bd}{a} + d = \frac{d^2 + bd + ad}{a} = \frac{d(d+b+a)}{a} = \frac{d}{a} \times 0 = 0$$

۲۱. نمودار تابع  $f(x) = a \cos^2(bx) + c$  در یک دوره تناوب به صورت زیر است. مقدار  $f\left(\frac{7}{4}\right)$  برابر کدام گزینه است؟

۱ ۱

۲ ۲

۳  $\frac{5}{2}$ ۴  $\frac{7}{2}$ 

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

دوره تناوب تابع  $y = \cos^2 bx$  برابر  $\frac{\pi}{|b|}$  می باشد:

$$T = 3 = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\begin{cases} f(0) = 3 \Rightarrow a \cos^2 0 + c = 3 \Rightarrow a + c = 3 & (I) \\ f(1) = 0 \Rightarrow a \cos^2\left(\pm \frac{\pi}{3}\right) + c = 0 \Rightarrow \frac{a}{4} + c = 0 & (II) \end{cases}$$

$$(I), (II): \begin{cases} a = 4 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 4 \cos^2\left(\pm \frac{\pi x}{3}\right) - 1$$

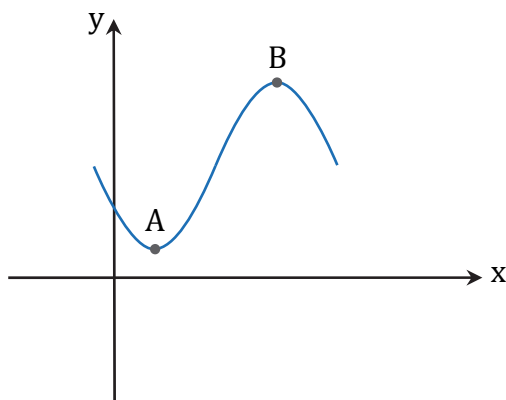
دقت کنید زاویه مثبت یا منفی برای تابع  $\cos$  فرقی نمی کند بنابراین داریم:

$$f(x) = 4 \cos^2\left(\frac{\pi x}{3}\right) - 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{7}{4}\right) = 4 \cos^2 \frac{7\pi}{6} - 1 = 4 \left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)\right)^2 - 1 = 4 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1 = 2$$



اگر نمودار تابع  $y = ۶ - ۴\sin x - \cos^2 x$  به صورت زیر باشد، شیب خطی که از نقاط A و B می‌گذرد برابر کدام گزینه است؟



۱  $\frac{۴}{\pi}$

۲  $\frac{۶}{\pi}$

۳  $\frac{۸}{\pi}$

۴  $\frac{۱۲}{\pi}$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۳

$$y = ۶ - ۴\sin x - \cos^2 x \Rightarrow y = ۶ - ۴\sin x - (۱ - \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow y = ۵ - ۴\sin x + \sin^2 x \Rightarrow y = (\sin x - ۲)^2 + ۱$$

$$\Rightarrow -۱ \leq \sin x \leq ۱ \Rightarrow -۳ \leq \sin x - ۲ \leq -۱$$

$$\Rightarrow ۱ \leq (\sin x - ۲)^2 \leq ۹$$

$$\Rightarrow ۲ \leq (\sin x - ۲)^2 + ۱ \leq ۱۰$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{\pi}{۲}, ۲\right), B\left(\frac{۳\pi}{۲}, ۱۰\right)$$

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۱۰ - ۲}{\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۲}} = \frac{۸}{\pi}$$



تعداد صفرهای تابع  $y = 3\sin(ax - \frac{\pi}{4})$  به ازای  $a > 0$  در بازه  $(0, \pi)$  برابر ۵ است

محدوده  $a$  برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{17}{4} < a \leq \frac{21}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{17}{4} \leq a < \frac{21}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{13}{4} \leq a < \frac{17}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{13}{4} < a \leq \frac{17}{4} \quad (۳)$$

پاسخ



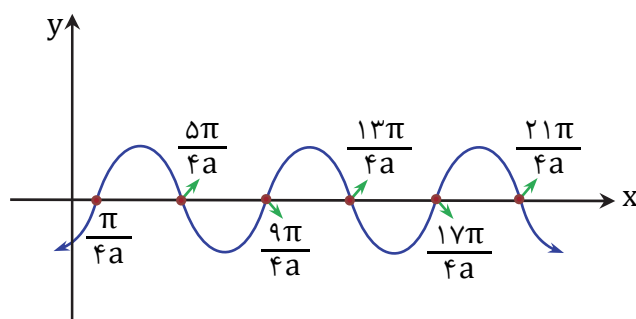
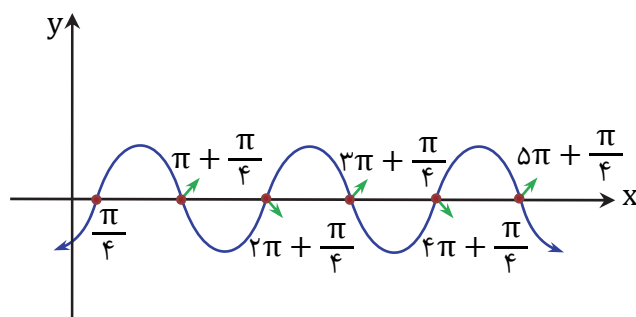
فیلم

گزینه صحیح ۲

در نمودار  $y = 3\sin(ax - \frac{\pi}{4})$  دو تبدیل روی  $x$  وجود دارد که در تعداد صفرهای آن مؤثر

است؛ در تبدیل اول ابتدا نمودار،  $\frac{\pi}{4}$  به سمت راست می‌رود و سپس طول نقاط نمودار بر  $a$

تقسیم می‌کنیم:

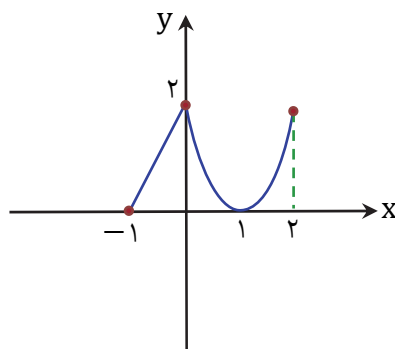


برای اینکه در بازه  $(0, \pi)$  تعداد ۵ ریشه داشته باشیم باید:

$$\frac{17\pi}{4a} < \pi \leq \frac{21\pi}{4a} \stackrel{a>0}{\implies} 17 < 4a \leq 21 \implies \frac{17}{4} < a \leq \frac{21}{4}$$



اگر نمودار تابع متناوب  $f$  در یک دوره تناوب به صورت زیر باشد. در این صورت حاصل  $f(-21/5) + f(27) + f(61)$  برابر کدام گزینه است؟



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۳/۵

۴) ۴/۵

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

چون تابع  $f$  در یک دوره تناوب رسم شده است:

$$T = 2 - (-1) = 3$$

$$\begin{cases} f(61) = f(3 \times 20 + 1) = f(1) = 0 \\ f(27) = f(3 \times 9 + 0) = f(0) = 2 \\ f(-21/5) = f(3 \times (-7) + \frac{-1}{5}) = f(-\frac{1}{5}) \end{cases}$$

حال باید معادله خطی که از دو نقطه  $(0, 2)$  و  $(-1, 0)$  می‌گذرد را بنویسیم:

$$m = \frac{2-0}{0-(-1)} = 2 \Rightarrow y - 0 = 2(x + 1)$$

$$y = 2x + 2 \Rightarrow f(-\frac{1}{5}) = 2(-\frac{1}{5}) + 2 = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow f(-21/5) + f(27) + f(61) = \frac{9}{5} + 2 + 0 = \frac{19}{5}$$



دوره تناوب توابع  $y = |\cos x|$  و  $y = [\cos x]$  به ترتیب برابر کدام گزینه است؟

۲)  $2\pi - \pi$

۱)  $2\pi - 2\pi$

۴)  $2\pi - \text{ندارد}$

۳)  $\pi - \text{ندارد}$

گزینه صحیح ۲

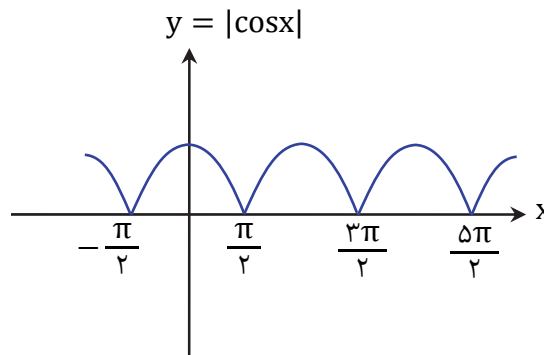
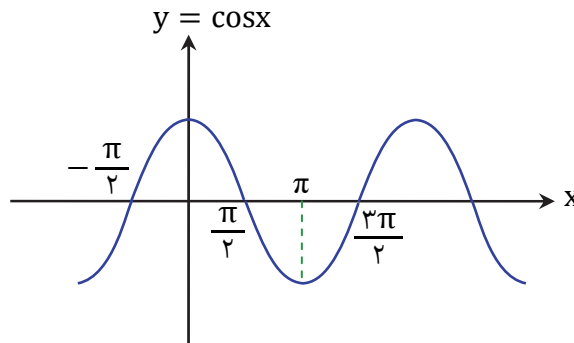
پاسخ



فیلم

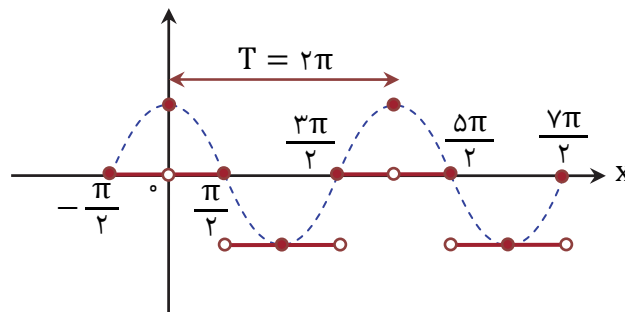


ابتدا هر دو تابع را رسم می کنیم:



با توجه به شکل، دوره تناوب تابع  $y = |\cos x|$  برابر  $\pi$  است.

حال نمودار  $y = [\cos x]$  را رسم می کنیم:



با توجه به شکل دوره تناوب  $y = [\cos x]$  برابر  $T = 2\pi$  است.

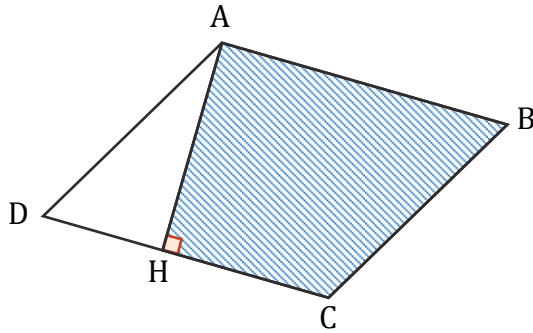
# هندسه

| شماره سوال                                   | درس       | فصل                      | واحد یادگیری                           | زیر واحد یادگیری                     | حیطه شناختی |
|----------------------------------------------|-----------|--------------------------|----------------------------------------|--------------------------------------|-------------|
| ۲۶                                           | هندسه (۱) | فصل ۳: چندضلعی‌ها        | درس ۱: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها | چهارضلعی‌های مهم و ویژگی‌های آنها    | مقدماتی     |
| ۲۷                                           | هندسه (۱) | فصل ۳: چندضلعی‌ها        | درس ۱: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها | چهارضلعی‌های مهم و ویژگی‌های آنها    | پیشرفته     |
| ۲۸                                           | هندسه (۱) | فصل ۳: چندضلعی‌ها        | درس ۱: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها | چهارضلعی‌های مهم و ویژگی‌های آنها    | مقدماتی     |
| ۲۹                                           | هندسه (۱) | فصل ۳: چندضلعی‌ها        | درس ۱: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها | چهارضلعی‌های مهم و ویژگی‌های آنها    | مقدماتی     |
| ۳۰                                           | هندسه (۱) | فصل ۳: چندضلعی‌ها        | درس ۱: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها | چهارضلعی‌های مهم و ویژگی‌های آنها    | پیشرفته     |
| ۳۱                                           | هندسه (۱) | فصل ۳: چندضلعی‌ها        | درس ۱: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها | چهارضلعی‌های مهم و ویژگی‌های آنها    | مقدماتی     |
| ۳۲                                           | هندسه (۱) | فصل ۳: چندضلعی‌ها        | درس ۲: مساحت و کاربردهای آن            | کاربردهایی از مساحت                  | مقدماتی     |
| ۳۳                                           | هندسه (۱) | فصل ۳: چندضلعی‌ها        | درس ۲: مساحت و کاربردهای آن            | نقاط شبکه‌ای و مساحت                 | مقدماتی     |
| ۳۴                                           | هندسه (۳) | فصل ۱: ماتریس و کاربردها | درس ۲: وارون ماتریس                    | وارون یک ماتریس                      | مقدماتی     |
| ۳۵                                           | هندسه (۳) | فصل ۱: ماتریس و کاربردها | درس ۲: وارون ماتریس                    | وارون یک ماتریس                      | مقدماتی     |
| ۳۶                                           | هندسه (۳) | فصل ۱: ماتریس و کاربردها | درس ۲: وارون ماتریس                    | حل و بحث دستگاه دو معادله و دو مجهول | مقدماتی     |
| ۳۷                                           | هندسه (۳) | فصل ۱: ماتریس و کاربردها | درس ۲: دترمینان و کاربردهای آن         | دترمینان و کاربرد آن                 | پیشرفته     |
| ۳۸                                           | هندسه (۳) | فصل ۱: ماتریس و کاربردها | درس ۲: دترمینان و کاربردهای آن         | دترمینان و کاربرد آن                 | مقدماتی     |
| ۳۹                                           | هندسه (۳) | فصل ۱: ماتریس و کاربردها | درس ۲: دترمینان و کاربردهای آن         | دترمینان و کاربرد آن                 | مقدماتی     |
| ۴۰                                           | هندسه (۳) | فصل ۱: ماتریس و کاربردها | درس ۲: دترمینان و کاربردهای آن         | دترمینان و کاربرد آن                 | مقدماتی     |
| برای مشاهده فیلم روش حل، فیلم را لمس نمایید. |           |                          |                                        |                                      |             |

سرگروه دیپارتمان هندسه: جناب آقای یاران رزمی

در لوزی ABCD (شکل زیر) ارتفاع AH برابر ۵ است. اگر طول اضلاع لوزی برابر ۷ باشد،

مساحت قسمت هاشورخورده چقدر است؟



۱۸ ①

$۲۳ - ۲\sqrt{۳}$  ②

$۳۵ - ۵\sqrt{۶}$  ③

$۲۳ + ۲\sqrt{۳}$  ④

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۳

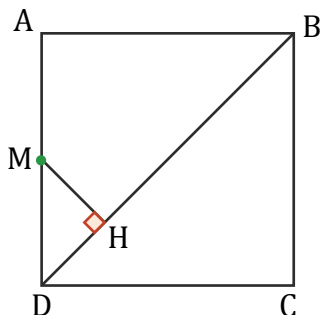
در مثلث قائم‌الزاویه AHD داریم:

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 \Rightarrow HD = ۲\sqrt{۶}$$

$$\begin{cases} \text{مساحت لوزی} = S_{ABCD} = AH \times DC = ۵ \times ۷ = ۳۵ \\ \text{مساحت AHD} = S_{AHD} = \frac{1}{2} AH \times HD = ۵\sqrt{۶} \end{cases}$$

$$\text{مساحت قسمت هاشورخورده} = ۳۵ - ۵\sqrt{۶}$$

در مربع ABCD، از وسط ضلع AD (نقطه M) عمودی بر قطر BD رسم کرده‌ایم تا آن را در نقطه H قطع کند. مساحت ABHM چه کسری از مساحت مربع است؟



①  $\frac{8}{17}$

②  $\frac{7}{16}$

③  $\frac{5}{11}$

④  $\frac{4}{9}$

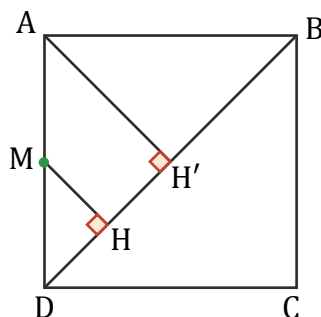
پاسخ



فیلم



گزینه صحیح ۲



در واقع از وسط ضلع AD موازی AH' رسم کرده‌ایم پس:

$$\frac{S_{DMH}}{S_{DAH'}} = \left(\frac{DM}{DA}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

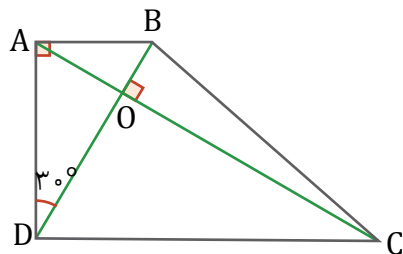
اگر مساحت DMH را S فرض کنیم خواهیم داشت:

$$S_{DAH'} = 4S \Rightarrow S_{MHH'A} = 3S$$

$$\begin{cases} S_{AH'B} = S_{AH'D} = 4S \\ S_{ABD} = S_{BDC} = 8S \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{ABHM}}{S_{ABCD}} = \frac{3S+4S}{16S} = \frac{7}{16}$$



مطابق شکل، قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه  $ABCD$  بر هم عمودند. اگر ارتفاع دوزنقه ۱۲ و  $\angle ADO = 30^\circ$  باشد، مساحت دوزنقه چقدر است؟



۱)  $24\sqrt{3}$

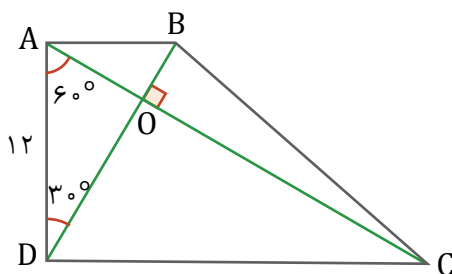
۲)  $96\sqrt{3}$

۳)  $96\sqrt{3} + 96$

۴)  $96(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

گزینه صحیح ۲

پاسخ



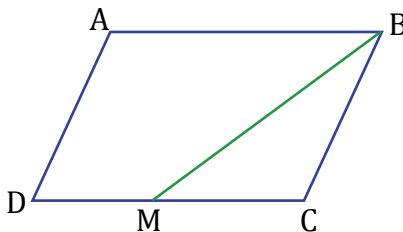
$$\triangle ABD: AB = AD \tan 30^\circ = 12 \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 4\sqrt{3}$$

$$\triangle ADC: DC = AD \tan 60^\circ = 12\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AD(AB + DC)$$

$$= \frac{1}{2} [12(4\sqrt{3} + 12\sqrt{3})] = 96\sqrt{3}$$

در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، نیمساز رأس  $B$  ضلع مقابل را در نقطه  $M$  قطع کرده است. اگر مساحت چهارضلعی  $ABMD$ ،  $\frac{5}{8}$  مساحت  $ABCD$  باشد،  $\frac{AB}{BC}$  چقدر است؟



۱) ۲

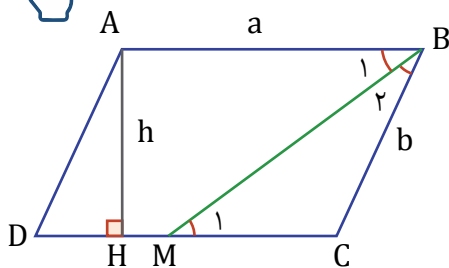
۲)  $\frac{3}{2}$

۳)  $\frac{4}{3}$

۴)  $\frac{5}{6}$

گزینه صحیح ۳

پاسخ



$$AB \parallel CD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}_1 \Rightarrow BC = CM = b$$

$$\begin{cases} S_{ABMD} = \frac{1}{2} AH(AB + DM) = \frac{1}{2} h(a + (a - b)) \\ S_{ABCD} = h(a) \Rightarrow \frac{S_{ABMD}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} h(2a - b)}{h(a)} \Rightarrow \frac{2a - b}{2a} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  به اضلاع ۹، ۱۲ و ۱۵، مجموع فواصل نقطه  $G$  (محل هم‌رسی میانه‌ها) از سه ضلع مثلث چقدر است؟

۹/۴ (۴)

$۱۳ - \sqrt{۲}$  (۳)

$۲ + \sqrt{۱۳}$  (۲)

۱۰/۴ (۱)

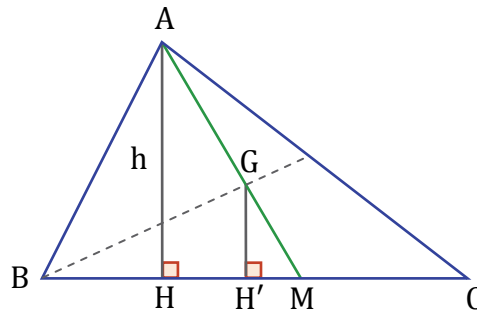
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

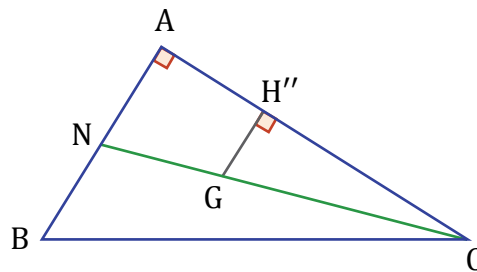
$$AB = ۹, AC = ۱۲, BC = ۱۵$$



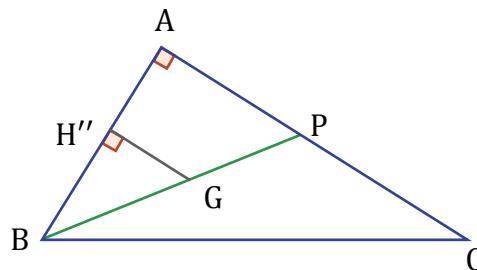
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow AH = \frac{9 \times 12}{15} = \frac{36}{5} = h$$

$$\frac{MG}{MA} = \frac{GH'}{AH} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{GH'}{\frac{36}{5}} \Rightarrow GH' = \frac{12}{5}$$

دقت کنید میانه‌های مثلث یکدیگر را در  $\frac{2}{3}$  فاصله از رأس قطع می‌کنند.



$$\frac{CG}{CN} = \frac{GH''}{AN} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{GH''}{\frac{9}{2}} \Rightarrow GH'' = 3$$

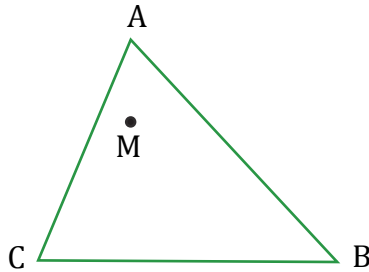


$$\frac{BG}{BP} = \frac{GH'''}{AP} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{GH'''}{\frac{12}{2}} \Rightarrow GH''' = 4$$

$$\text{جمع فواصل} = \frac{12}{5} + 3 + 4 = \frac{49}{5}$$



نقطه M درون مثلث متساوی الاضلاع ABC به فاصله ۱، ۲ و ۳ از سه ضلع AC، AB و BC قرار دارد. محیط مثلث ABC چقدر است؟



۱) ۳

۲)  $3\sqrt{3}$

۳)  $12\sqrt{3}$

۴)  $6\sqrt{3}$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۳

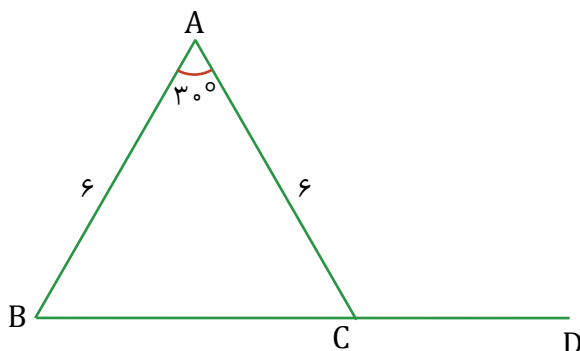
بدانید

مجموع فواصل نقطه M درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع مثلث برابر است با ارتفاع مثلث  
دقت کنید که ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$  است:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 1 + 2 + 3 \Rightarrow a = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث ABC} = 3a = 3(4\sqrt{3}) = 12\sqrt{3}$$

در شکل زیر  $AB = AC = ۶$  و  $\hat{A} = ۳۰^\circ$  است. اگر فاصله  $D$  واقع بر امتداد ضلع  $BC$  از ضلع  $AB$  برابر ۴ باشد، فاصله  $D$  از امتداد ضلع  $AC$  چقدر است؟



۱ ①

۲ ②

۳ ③

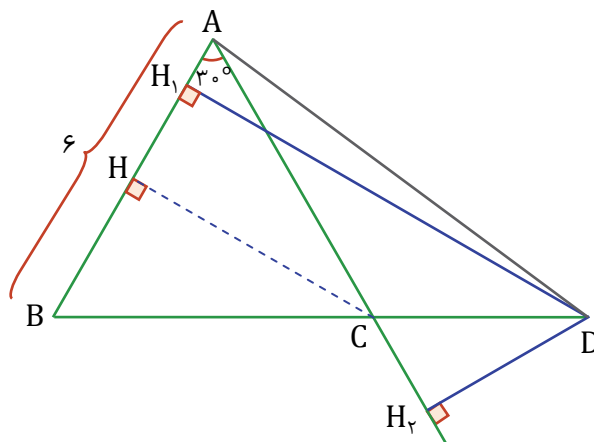
۴ ④

پاسخ



گزینه صحیح ۱

برای بدست آوردن مساحت مثلث  $ABC$  کافی است مساحت مثلث  $ADC$  را از مساحت مثلث  $ADB$  کم کنیم:



$$S_{ABC} = S_{ABD} - S_{ADC} = \frac{1}{2} AB \times DH_1 - \frac{1}{2} AC \times DH_2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times CH \Rightarrow CH = DH_1 - DH_2$$

دقت کنید که در مثلث  $ACH$ ،  $CH$  روبه‌روی زاویه  $۳۰^\circ$  است.

$$\begin{cases} CH = \frac{1}{2} AC = 3 \\ CH = DH_1 - DH_2 \end{cases} \Rightarrow 3 - 4 = -DH_2 \Rightarrow DH_2 = 1$$

۳۳

در یک مستطیل شبکه‌ای با طول و عرض ۵ و ۷، تعداد نقاط مرزی برابر ۸ است. تعداد نقاط درونی آن چه تعداد است؟

۵ (۱)

۷ (۲)

۱۷ (۳)

۳۲ (۴)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

$$\begin{cases} b = \text{تعداد نقاط مرزی} \\ i = \text{تعداد نقاط درونی} \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت} = \frac{b}{2} + i - 1$$

$$5 \times 7 = \frac{8}{2} + i - 1 \Rightarrow i = 32$$

۳۴

اگر  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  و  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$  باشد مجموع درایه‌های ماتریس  $(A+B)^{-1}$  کدام است؟

۳ (۱)

 $\frac{11}{7}$  (۲) $-\frac{1}{5}$  (۳) $-\frac{1}{7}$  (۴)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = (B^{-1})^{-1} = -6 \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} -11 & 5 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A+B)^{-1} = -\frac{1}{14} \begin{bmatrix} -1 & -5 \\ -5 & -11 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = \frac{-22}{-14} = \frac{11}{7}$$

۳۵ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  باشد مجموع درایه‌های  $A(A + 2I)^{-1}$  کدام است؟

- ①  $\frac{4}{3}$     ② ۲    ③  $-\frac{1}{3}$     ④ -۲

پاسخ



فیلم



گزینه صحیح ۱

$$A(A + 2I)^{-1} = (A + 2I - 2I)(A + 2I)^{-1}$$

$$= I - 2(A + 2I)^{-1}$$

$$A + 2I = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow (A + 2I)^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow I - 2(A + 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & -2 \\ -\frac{4}{3} & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = \frac{4}{3}$$

۳۶ به ازای چند مقدار  $m$  دستگاه  $\begin{cases} (m-1)x - (2m-1)y = 1 \\ (m+5)x - 7(m-1)y = m-1 \end{cases}$  بی‌شمار جواب دارد؟

- ① ۴    ② ۲    ③ ۱    ④ صفر

پاسخ



فیلم



گزینه صحیح ۳

$$\text{شرط وجود بی‌شمار جواب: } \frac{m-1}{m+5} = \frac{2m-1}{7(m-1)} = \frac{1}{m-1}$$

$$\begin{cases} \frac{m-1}{m+5} = \frac{1}{m-1} \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow m = 4, -1 \\ \frac{2m-1}{7(m-1)} = \frac{1}{m-1} \Rightarrow 2m-1 = 7 \Rightarrow m = 4 \end{cases}$$

فقط جواب ۴ بین دو معادله مشترک است.



۳۷ به ازای چه مقدار از  $a$  معادله  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & x - \frac{1}{a} \\ 3 & x & 2 \\ a & 0 & x \end{vmatrix} = 0$  دارای ریشه مضاعف است؟

۲ ۲

۳ ۱

۱۰ ۳

چنین مقداری برای  $a$  وجود ندارد. ۴

پاسخ



گزینه صحیح ۴

دترمینان را بر حسب سطر ۳ محاسبه می کنیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & x - \frac{1}{a} \\ 3 & x & 2 \\ a & 0 & x \end{vmatrix} = a(-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & x - \frac{1}{a} \\ x & 2 \end{vmatrix} + x(-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow a(4 - x(x - \frac{1}{a})) + x(x - 6) = 0$$

$$= x^2(-a + 1) - 5x + 4a = 0$$

$$\Delta = 25 - 4(4a)(-a + 1)$$

$$= 16a^2 - 16a + 25 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ جواب ندارد.}$$

۳۸ اگر  $|A| = 2$  و  $|A^2 + A^3| = 8$  باشد،  $|I + A^{-1}|$  چقدر است؟

۴ ۴

۲ ۳

۱ ۲

۱ ۴

پاسخ



گزینه صحیح ۲

$$|A^2 + A^3| = |A^2(A^{-1} + I)| = |A|^2 |A^{-1} + I|$$

$$\Rightarrow 8 = 2^2 |A^{-1} + I| \Rightarrow |A^{-1} + I| = 1$$

۳۹ از تساوی  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$  دترمینان A چند است؟

۴  $\frac{3}{4}$

۳  $\frac{3}{8}$

۲  $-\frac{3}{8}$

۱  $-\frac{3}{4}$

گزینه صحیح ۲

دترمینان را بر اساس ستونی که صفر بیشتری دارد محاسبه می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} &= 1(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4 \\ \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} &= 2(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -8 \\ \begin{vmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} &= 3(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 12 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{12}{4 \times (-8)} = -\frac{3}{8}$$

۴۰ دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \end{bmatrix}$  چند برابر دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{5} & 1 & 5 \end{bmatrix}$  است؟

۴  $36$

۳  $30$

۲  $16$

۱  $9$

گزینه صحیح ۳

از سطر اول ۲، از سطر دوم ۳ و از سطر سوم ۵ را فاکتور می گیریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \end{vmatrix} = 2 \times 3 \times 5 \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{5} & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

پاسخ



پاسخ



# ریاضیات گسسته

| شماره سوال                                   | درس           | فصل                          | واحد یادگیری                             | زیر واحد یادگیری           | حیطه شناختی | فیلم |
|----------------------------------------------|---------------|------------------------------|------------------------------------------|----------------------------|-------------|------|
| ۴۱                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح           | ویژگی‌های رابطه عاد کردن   | مقدماتی     | فیلم |
| ۴۲                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح           | ویژگی‌های رابطه عاد کردن   | مقدماتی     | فیلم |
| ۴۳                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح           | بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک | مقدماتی     | فیلم |
| ۴۴                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح           | کوچک‌ترین مضرب مشترک       | مقدماتی     | فیلم |
| ۴۵                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح           | قضیه تقسیم                 | مقدماتی     | فیلم |
| ۴۶                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | ویژگی‌های هم‌نهشتی         | مقدماتی     | فیلم |
| ۴۷                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | ویژگی‌های هم‌نهشتی         | مقدماتی     | فیلم |
| ۴۸                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | ویژگی‌های هم‌نهشتی         | پیشرفته     | فیلم |
| ۴۹                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | باقی‌مانده اعداد تواندار   | مقدماتی     | فیلم |
| ۵۰                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | باقی‌مانده اعداد تواندار   | مقدماتی     | فیلم |
| ۵۱                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | رقم یکان                   | مقدماتی     | فیلم |
| ۵۲                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | قواعد بخش‌پذیری            | مقدماتی     | فیلم |
| ۵۳                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | معادله هم‌نهشتی            | مقدماتی     | فیلم |
| ۵۴                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | معادله هم‌نهشتی            | مقدماتی     | فیلم |
| ۵۵                                           | ریاضیات گسسته | فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد | درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها | معادله سیاله               | مقدماتی     | فیلم |
| برای مشاهده فیلم روش حل، فیلم را لمس نمایید. |               |                              |                                          |                            |             |      |

سرگروه دیپارتمان ریاضیات گسسته: جناب آقای یاران رزمی

## ریاضیات گسسته

۴۱

اگر به ازای عدد صحیح  $a$  داشته باشیم  $7|5a + 9$  آنگاه به ازای کدام مقدار  $k$  رابطه  $49|25a^2 + 6a + k$  برقرار است؟

۴) صفر

۳) ۱۹

۲) ۳۲

۱) ۱۸

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

$$\begin{aligned} & \text{توان } 2 \\ & 7|5a + 9 \rightarrow 7^2|(5a + 9)^2 = 25a^2 + 90a + 81 \\ & 49|25a^2 + 90a + 81 \\ & 7|5a + 9 \xrightarrow{\times 7} 49|35a + 63 \\ & 49|25a^2 + 90a + 81 - (35a + 63) = 25a^2 + 55a + 18 \\ & \xrightarrow{49|49a} 49|25a^2 + 55a + 18 - (49a) \\ & 49|25a^2 + 6a + 18 \end{aligned}$$

۴۲

چند نقطه با مختصات طبیعی روی منحنی به معادله  $xy + 7y - 4x = x^2 + 9$  قرار دارد؟

۴) ۳

۳) ۴

۲) ۸

۱) ۱۶

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

ابتدا معادله را به صورت ضابطه یک تابع می نویسیم:

$$y = \frac{x^2 + 4x + 9}{x + 7}$$

برای آن که  $y$  عدد صحیح باشد، باید  $x^2 + 4x + 9$  بر  $x + 7$  بخش پذیر باشد:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} x + 7 | x^2 + 4x + 9 \\ x + 7 | x + 7 \end{array} \right. \xrightarrow{\times x} \left\{ \begin{array}{l} x + 7 | x^2 + 4x + 9 - x(x + 7) \\ x + 7 | x + 7 \end{array} \right. \\ & \Rightarrow x + 7 | -3x + 9 \\ & \left\{ \begin{array}{l} x + 7 | -3x + 9 \\ x + 7 | x + 7 \end{array} \right. \xrightarrow{\times 3} \left\{ \begin{array}{l} x + 7 | -3x + 9 + 3(x + 7) \\ x + 7 | x + 7 \end{array} \right. \Rightarrow x + 7 | 30 \\ & \Rightarrow x + 7 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 \end{aligned}$$

دقت کنید که  $x$  عددی طبیعی است پس  $x + 7$  نمی تواند برابر ۱، ۲، ۳، ۵ و ۶ باشد.

$$x + 7 = 10, 15, 30 \Rightarrow x = 3, 8, 23$$

۳۳. حاصل  $(a^2 - 3a + 4, 2a - 1)$  کدام است؟

۱۳

۱۱ یا ۱ (۴)

۷ یا ۳ یا ۱ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۴

$$(a^2 - 3a + 4, 2a - 1) = d$$

$$\rightarrow d|2a - 1 \xrightarrow{\times a} d|a(2a - 1) - 2(a^2 - 3a + 4)$$

$$d|a^2 - 3a + 4 \xrightarrow{\times 2} d|2a^2 - 6a + 8$$

$$\Rightarrow d|5a - 8 \xrightarrow{d|2a-1} \begin{cases} d|5a - 8 \xrightarrow{\times 2} d|10a - 16 \\ d|2a - 1 \xrightarrow{\times 5} d|10a - 5 \end{cases}$$

$$d|2(5a - 8) - 5(2a - 1) \rightarrow d|-11 \rightarrow d = 1 \text{ یا } 11$$

دقت کنید که به ازای  $a = 1$  مقدار برابر ۱ و به ازای  $a = 6$  مقدار برابر ۱۱ است.

۳۴. اگر  $n$  عددی طبیعی باشد،  $[6n + 1, 12n + 6]$  چند مقدار سه رقمی می تواند داشته باشد؟

۳۴

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۲

ابتدا ب.م.م دو عدد را محاسبه می کنیم:

$$(6n + 1, 12n + 6) = d \Rightarrow \begin{cases} d|6n + 1 \xrightarrow{\times 2} d|12n + 2 \\ d|12n + 6 \end{cases}$$

$$d|12n + 6 - 2(6n + 1) \Rightarrow d|4 \rightarrow d = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 4$$

دقت کنید که  $6n + 1$  عددی فرد است پس  $d$  برابر ۲ یا ۴ نیست پس دو عدد  $6n + 1$  و

$12n + 6$  نسبت به هم اولند یعنی ک.م.م آنها برابر با حاصلضرب آنها است:

$$\xrightarrow{d=1} [6n + 1, 12n + 6] = (6n + 1)(12n + 6)$$

$$100 \leq 72n^2 + 48n + 6 \leq 999$$

$$n = 1, 2, 3$$



۴۵

در یک تقسیم اعداد صحیح، مقسوم ۲۰۰ واحد بیشتر از مقسوم علیه و باقی مانده ۴ است. خارج قسمت این تقسیم چند مقدار مختلف می تواند باشد؟

۴ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۱۲ (۴)

گزینه صحیح ۴

پاسخ



فیلم

$$a = bq + r \xrightarrow[r=4]{a=b+200} b + 200 = bq + 4, b > 4$$

$$b(q-1) = 196 \rightarrow b | 196 = 2^2 \times 7^2$$

$$196 = 2(2+1)(2+1) = 18 \text{ تعداد مقسوم علیه های صحیح } 196$$

دقت کنید که با شرط  $b > 4$  اعداد کمتر مساوی ۴ برای  $b$  یعنی  $1, 2, 4$  قابل قبول نمی باشند.

$$b = \pm 7, \pm 14, \pm 28, \pm 49, \pm 98, \pm 196$$

۴۶

دو عدد ۴۳ و ۱۷۱ به پیمانه  $m$  هم نهشتند. اگر  $m$  بیشترین مقدار ممکن باشد، باقی مانده  $m^m$  بر ۴۳ چقدر است؟

۴۲ (۱)

۴۱ (۲)

۱ (۳)

صفر (۴)

گزینه صحیح ۳

پاسخ



فیلم

$$171 \equiv 43^m \Rightarrow m | 171 - 43 = 128 \rightarrow \max(m) = 128$$

$$128 \equiv -1 \xrightarrow[43]{\text{توان } 128} 128^{128} \equiv (-1)^{128} = 1$$

۴۷

اگر  $a \equiv 5b$  و  $b \equiv 4$  باشد، آنگاه  $a$  کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟ ( $a, b \in \mathbb{Z}$ )

۴۰۵ (۱)

۴۱۰ (۲)

۴۱۵ (۳)

۴۱۷ (۴)

گزینه صحیح ۲

پاسخ



فیلم

$$\begin{cases} a \equiv 5b \Rightarrow a \equiv 5(4) = 20 \xrightarrow{20 \equiv 2} a \equiv 2 \Rightarrow a = 6k + 2 \\ b \equiv 4 \Rightarrow b \equiv 4 \end{cases}$$

که در میان گزینه ها فقط گزینه ۲ در شرط صدق می کند.

(دقت کنید که هر عددی به صورت  $a = 6k + 2$  در شرایط مسئله صدق نمی کند)

مجموع ارقام کوچکترین مقدار طبیعی سه رقمی  $a$  که در تقسیم بر ۷ و ۵ به ترتیب باقی مانده ۳ و ۱ داشته و بر ۱۱ بخش پذیر باشد، چقدر است؟

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۷ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۲

$$\begin{cases} a \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow a \equiv -4 \pmod{7} \rightarrow 7|a+4 \rightarrow [7, 5]|a+4 \Rightarrow a = 35k - 4 \\ a \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv -4 \pmod{5} \rightarrow 5|a+4 \end{cases}$$

$$a \equiv 0 \pmod{11} \rightarrow 35k - 4 \equiv 0 \pmod{11} \rightarrow 35k \equiv 4 \pmod{11} \rightarrow 33k + 2k \equiv 4 \pmod{11}$$

$$2k \equiv 4 \pmod{11} \xrightarrow{\div 2} k \equiv 2 \pmod{11} \rightarrow k = 11k' + 2$$

$$a = 35(11k' + 2) - 4 \xrightarrow{k'=1} a = 451$$

به ازای چند عدد طبیعی دورقمی  $a$ ، مقدار  $a + 35^\circ$  به دسته هم‌نهشتی  $41[3]$  تعلق دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۳

$$34 = 81 \equiv -1 \pmod{41} \xrightarrow{12 \text{ توان}} 348 \equiv 1 \pmod{41} \xrightarrow{\times 32} 35^\circ \equiv 9 \pmod{41} \rightarrow 35^\circ + a \equiv 9 + a \pmod{41}$$

$$9 + a \equiv 3 \pmod{41} \rightarrow a \equiv -6 \pmod{41} \rightarrow a = 41k - 6 \xrightarrow{k=1,2} a = 35, 76$$

اگر ۱۲ بهمن در یکسال شنبه باشد، ۱۵ خرداد ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟

شنبه (۴)

جمعه (۳)

پنجشنبه (۲)

چهارشنبه (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۱

از ۱۵ خرداد تا انتهای خرداد ۱۶ روز، تابستان ۹۳ روز، پاییز ۹۰ روز و دی ۳۰ روز است. پس از ۱۵ خرداد تا ۱۲ بهمن  $241 = 12 + 30 + 90 + 93 + 16$  روز است:

$$241 \equiv 3 \pmod{7}$$

سه روز قبل از شنبه، چهارشنبه است.

۵۱ رقم یکان عدد  $1402! + 1402^{1401}$  چقدر است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

در تجزیه  $1402!$  اعداد ۲ و ۵ وجود دارند پس این عدد مضرب  $10$  است و رقم یکان آن صفر است.

$$1402 \equiv 2 \pmod{10} \rightarrow 1402^{1401} \equiv 2^{1401} \pmod{10}$$

$$2^{4 \times 350 + 1} \equiv 2^1 = 2 \pmod{10}$$

پس باقی مانده عدد موردنظر بر  $10$  برابر ۲ است.

دقت کنید که رقم یکان  $a^{k+r}$  با رقم یکان  $a^r$  یکسان است. ( $r > 0$ )

۵۲ عدد ۵ رقمی  $\overline{4xy44}$  بر ۹۹ بخش پذیر است.  $x + y$  کدام می تواند باشد؟

۱) ۶

۲) ۱۵

۳) ۱۷

۴) چنین عددی وجود ندارد.

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

برای آنکه این عدد بر ۹۹ بخش پذیر باشد، باید هم بر ۹ و هم بر ۱۱ بخش پذیر باشد.

$$\overline{4xy44} \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow 4 + x + y + 4 + 4 \equiv 0 \pmod{9} \rightarrow x + y \equiv 6 \pmod{9}$$

$$x + y = 6 \text{ یا } 15$$

$$\overline{4xy44} \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 4 - 4 + y - x + 4 \equiv 0 \pmod{11} \rightarrow x - y \equiv 4 \pmod{11}$$

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = -7 \end{cases}$$

$$(x = -\frac{1}{2}, y = \frac{13}{2})$$

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$(x = 5, y = 1)$$

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = -7 \end{cases}$$

$$(x = 4, y = 11)$$

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$(x = \frac{19}{2}, y = \frac{11}{2})$$

دقت کنید که  $x$  و  $y$  رقم هستند پس فقط  $x = 5$  و  $y = 1$  جواب قابل قبول است.

۵۳ معادله  $x \equiv 4^{15} \pmod{n!}$  به ازای چند مقدار طبیعی  $n$  جواب دارد؟

۵۳

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

$$1!x \equiv 4^{15} \rightarrow x = 15k + 4$$

$$2!x \equiv 4^{15} \xrightarrow{\div 2} x \equiv 2^{15} \rightarrow x = 15k + 2$$

دقت کنید معادله هم‌نهشتی  $ax \equiv b \pmod{m}$  فقط در صورتی دارای جواب است که  $(a, m) | b$ .

$$(3!, 15) = 3 \nmid 4$$

هر  $n!$  به ازای  $n \geq 3$  مضرب ۳ است پس  $(n!, 15)$  مضرب ۳ بوده و ۴ را نمی‌شمارد یعنی

معادله  $x \equiv 4^{15} \pmod{n!}$  به ازای  $n \geq 3$  جواب ندارد.

۵۴ جواب معادله هم‌نهشتی  $2x^2 + 5x + 4 \equiv 0 \pmod{7}$  کدام عدد می‌تواند باشد؟

۵۴

۱ (۱)  $8! + 4$ ۲ (۲)  $8^7 + 2$ ۳ (۳)  $6^8 + 4$ ۴ (۴)  $7^6 + 3$ 

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

$$2x^2 + 5x + 4 \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow 2x^2 + 5x - 3 + 7 \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow (2x - 1)(x + 3) \equiv 0 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7 | 2x - 1 \Rightarrow 2x \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 2x \equiv 1 + 7 \xrightarrow{\div 2} x \equiv 4 \pmod{7} \Rightarrow x = 7k + 4 \\ 7 | x + 3 \Rightarrow x = 7k - 3 \end{cases}$$

دقت کنید که دو دسته جواب  $x = 7k + 4$  و  $x = 7k - 3$  با هم یکی هستند و  $8!$  مضرب ۷ است.

۵۵ در معادله  $91x + 147y = (91, 147)$ ، حاصل  $x + y$  کدام می‌تواند باشد؟

۵۵

۱ (۱) ۳۶

۲ (۲) ۳۷

۳ (۳) ۳۸

۴ (۴) ۳۹

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

$$\begin{cases} 91 = 13 \times 7 \\ 147 = 7^2 \times 3 \end{cases} \Rightarrow (91, 147) = 7$$

$$91x + 147y = 7 \xrightarrow{\div 7} 13x + 21y \equiv 1$$

$$21y \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow 21y \equiv 1 + 13 \xrightarrow{\div 7} 3y \equiv 2 \pmod{13} \Rightarrow 3y \equiv 2 - 2(13) \xrightarrow{\div 3} y \equiv -8 \pmod{13} \Rightarrow y = 13k - 8$$

$$13x + 21(13k - 8) = 1 \Rightarrow x = -21k + 13 \Rightarrow x + y = -8k + 5 \xrightarrow{k=-4} x + y = 37$$

# فیزیک

| شماره سوال | درس       | فصل                            | واحد یادگیری              | زیر واحد یادگیری                                            | حیطه شناختی |
|------------|-----------|--------------------------------|---------------------------|-------------------------------------------------------------|-------------|
| ۵۶         | فیزیک (۳) | فصل ۱: حرکت بر خط راست         | سقوط آزاد                 | مفهوم و روابط اصلی و نمودارها / روش‌های تکمیلی              | مقدماتی     |
| ۵۷         | فیزیک (۳) | فصل ۱: حرکت بر خط راست         | سقوط آزاد                 | بررسی قطعاتی از حرکت / چند متحرک در سقوط آزاد               | پیشرفته     |
| ۵۸         | فیزیک (۳) | فصل ۱: حرکت بر خط راست         | سقوط آزاد                 | مفهوم و روابط اصلی و نمودارها / روش‌های تکمیلی              | پیشرفته     |
| ۵۹         | فیزیک (۳) | فصل ۱: حرکت بر خط راست         | سقوط آزاد                 | بررسی قطعاتی از حرکت / چند متحرک در سقوط آزاد               | پیشرفته     |
| ۶۰         | فیزیک (۳) | فصل ۱: حرکت بر خط راست         | سقوط آزاد                 | مفهوم و روابط اصلی و نمودارها / روش‌های تکمیلی              | پیشرفته     |
| ۶۱         | فیزیک (۳) | فصل ۱: حرکت بر خط راست         | سقوط آزاد                 | بررسی قطعاتی از حرکت / چند متحرک در سقوط آزاد               | مقدماتی     |
| ۶۲         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | قوانین حرکت نیوتون        | قانون اول نیوتون                                            | مقدماتی     |
| ۶۳         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | قوانین حرکت نیوتون        | قانون دوم نیوتون                                            | مقدماتی     |
| ۶۴         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | قوانین حرکت نیوتون        | قانون سوم نیوتون                                            | مقدماتی     |
| ۶۵         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | وزن / مقاومت هوا و تندی حدی                                 | مقدماتی     |
| ۶۶         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | وزن / مقاومت هوا و تندی حدی                                 | پیشرفته     |
| ۶۷         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک / نیروی عکس‌العمل سطح      | پیشرفته     |
| ۶۸         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک / نیروی عکس‌العمل سطح      | مقدماتی     |
| ۶۹         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک / نیروی عکس‌العمل سطح      | مقدماتی     |
| ۷۰         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک / نیروی عکس‌العمل سطح      | پیشرفته     |
| ۷۱         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک / نیروی عکس‌العمل سطح      | مقدماتی     |
| ۷۲         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | نیروی فنر (کشسانی فنر) / نیروی کشش ریسمان                   | مقدماتی     |
| ۷۳         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | نیروی فنر (کشسانی فنر) / نیروی کشش ریسمان                   | پیشرفته     |
| ۷۴         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | نیروی فنر (کشسانی فنر) / نیروی کشش ریسمان                   | مقدماتی     |
| ۷۵         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت (تعادل و حرکت اجسام) | پیشرفته     |
| ۷۶         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت (تعادل و حرکت اجسام) | پیشرفته     |
| ۷۷         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | قوانین حرکت نیوتون        | قانون دوم نیوتون                                            | پیشرفته     |
| ۷۸         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت (تعادل و حرکت اجسام) | پیشرفته     |
| ۷۹         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت (تعادل و حرکت اجسام) | پیشرفته     |
| ۸۰         | فیزیک (۳) | فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای | معرفی برخی از نیروهای خاص | استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت (تعادل و حرکت اجسام) | مقدماتی     |

برای مشاهده فیلم روش حل، فیلم را لمس نمایید.

سرگروه دیپارتمان فیزیک: جناب آقای کاظم اسکندری

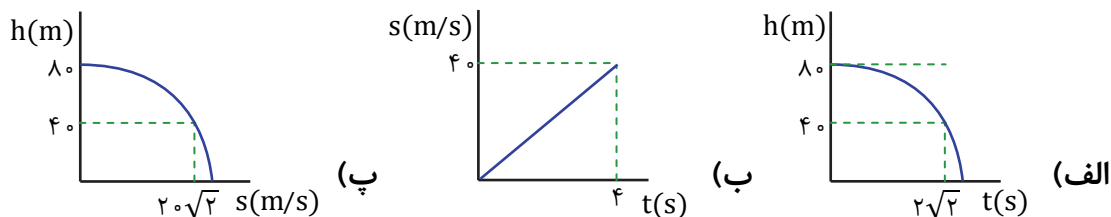
برای مشاهده فیلم روش حل،  فیلم را لمس نمایید.

**سرگروه دیارتمان فیزیک: جناب آقای کاظم اسکندری**

## فیزیک

۵۶

گلوله‌ای را از فاصله ۸۰ متر زمین رها می‌کنیم. کدام نمودار معرف حرکت این گلوله است؟ (مقاومت هوا ناچیز،  $g = 10 \text{ m/s}^2$  و سطح زمین به عنوان مبدأ انتخاب شده است.)



۱ فقط ب ۲ فقط الف و ب ۳ الف، ب و پ ۴ فقط ب و پ

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۳

برای سادگی در انجام محاسبات جهت محور رو به پایین فرض شده، در واقع چون شتاب  $g$ ، سرعت و جابه‌جایی، بردارهایی پایین‌سو هستند، مانند این است که علامت منفی آنها را با هم حذف کرده‌ایم. در این صورت مسافت با اندازه جابه‌جایی برابر بوده و تندی همان اندازه سرعت می‌شود.

۱) زمان کل سقوط را حساب می‌کنیم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = 4\text{s}$$

۲) تندی در ۴S را حساب می‌کنیم:

$$v = gt = 10 \times 4 = 40 \text{ m/s} \Rightarrow s = 40 \text{ m/s}$$

۳) در طول حرکت شتاب ثابت است.

$$\vec{a} = \vec{g} = 10 \text{ m/s}^2$$

۴) زمان و تندی رسیدن به ۴۰m از نقطه پرتاب را حساب می‌کنیم.

$$v^2 = 2g\Delta y = 800 \Rightarrow s = 20\sqrt{2} \text{ m/s}$$

زمان رسیدن به ۴۰ متر از نقطه پرتاب:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$40 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 8 \Rightarrow t = 2\sqrt{2}$$

۵) رابطه ارتفاع بر حسب مکان را حساب می‌کنیم.

$$v^2 = 2g\Delta y \Rightarrow \frac{-v^2}{2g} = h - 80 \Rightarrow h = 80 - \frac{v^2}{2g}$$



گلوله‌ای از ارتفاع  $h$  در شرایط خلأ نسبت به سطح زمین رها می‌شود و در مدت ۳ ثانیه اول به  $\frac{3}{4}h$  از سطح زمین می‌رسد. زمان کل سقوط چند ثانیه است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۴/۵ (۱)

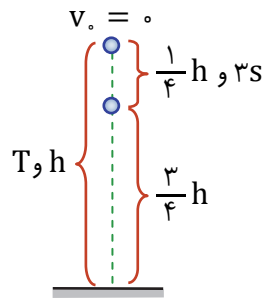
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

۱- مشخص است که در بازه زمانی صفر تا ۳ ثانیه گلوله  $(h - \frac{3}{4}h = \frac{1}{4}h)$  را پیموده است.



۲- معادله جابه‌جایی- زمان را برای دو قسمت می‌نویسیم:

$$\frac{1}{4}h = \frac{1}{2}g(3)^2 \xrightarrow{\text{تقسیم در رابطه}} \frac{1}{4} = \left(\frac{3}{T}\right)^2 \Rightarrow T = 6s$$

$$h = \frac{1}{2}g(T)^2$$

گلوله کوچکی در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع به اندازه کافی بلندی رها شده است. تندی متوسط آن در ۲ ثانیه سوم حرکتش چند برابر تندی متوسط آن در ۳ ثانیه دوم حرکتش می‌باشد؟

$$\frac{2}{3} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{9}{10} \text{ (۲)}$$

$$\frac{10}{9} \text{ (۱)}$$

پاسخ



گزینه صحیح ۱

در حرکت سقوط آزاد با رها کردن یک جسم چون تغییر جهتی رخ نمی‌دهد، تندی متوسط همان اندازه سرعت متوسط خواهد بود.

روش اول:

۱- حرکت سقوط آزاد نوعی از حرکت با شتاب ثابت است. در حرکت با شتاب ثابت برای جابه‌جایی در  $t$  ثانیه  $n$  ام داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\Rightarrow \Delta x_{n \text{ ثانیه } t} = \frac{1}{2}at^2(n-1) + v_0t$$

$$\xrightarrow[\text{سقوط آزاد}]{a=g, v_0=0} \Delta y_{n \text{ ثانیه } t} = \frac{1}{2}gt^2(n-1)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_{2 \text{ ثانیه سوم}} &= \frac{\frac{1}{2} \times g \times 4 \times (2 \times 3 - 1)}{2} = 5g \\ \bar{v}_{3 \text{ ثانیه دوم}} &= \frac{\frac{1}{2} \times g \times 9 \times (2 \times 2 - 1)}{3} = 4/5g \end{aligned} \Rightarrow \frac{\bar{v}_{2 \text{ ثانیه سوم}}}{\bar{v}_{3 \text{ ثانیه دوم}}} = \frac{5g}{4/5g} = \frac{5}{4/5} = \frac{10}{9}$$

روش دوم:

$$v = gt \begin{cases} \begin{cases} v_6 = 6g \\ v_4 = 4g \end{cases} \Rightarrow \bar{v}_{2 \text{ ثانیه سوم}} = \bar{v}_{4 \text{ تا } 6 \text{ ثانیه}} = \frac{6g+4g}{2} = 5g \\ \begin{cases} v_6 = 6g \\ v_3 = 3g \end{cases} \Rightarrow \bar{v}_{3 \text{ ثانیه دوم}} = \bar{v}_{3 \text{ تا } 6 \text{ ثانیه}} = \frac{6g+3g}{2} = \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{v}_{2 \text{ ثانیه سوم}}}{\bar{v}_{3 \text{ ثانیه دوم}}} = \frac{5g}{4/5g} = \frac{10}{9}$$



در یک مخزن آب، سوراخی در فاصله  $20\text{ m}$  زمین ایجاد شده و قطرات آب با آهنگ زمانی ثابتی از آن چکه می‌کنند و در شرایط خلا به زمین می‌رسند. اگر در لحظه‌ای که قطره اول رها شده از سوراخ به زمین می‌رسد، یک قطره دقیقاً در آستانه رها شدن از سوراخ بوده و یکی از قطرات در فاصله  $80\text{ cm}$  سوراخ قرار داشته باشد، در لحظه رسیدن قطره اول به زمین حداقل چند قطره دیگر از سوراخ جدا شده‌اند؟ ( $g = 10\text{ m/s}^2$ )

۳ (۴)

۵ (۳)

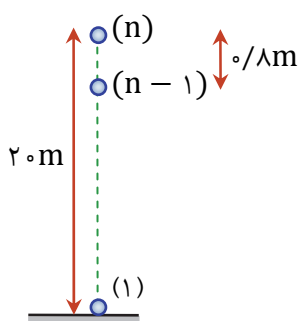
۴ (۲)

۶ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۲



به شکل زیر دقت کنید. قطره اول به زمین رسیده و قطره  $n$ م در آستانه جدا شدن از سوراخ است.

۱- محاسبه زمان رسیدن قطره اول به زمین:

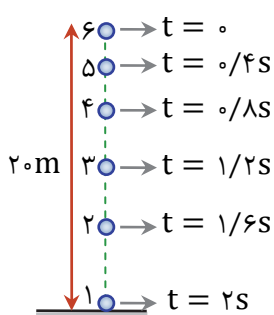
$$y = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{y=20\text{m}} t_1 = \sqrt{\frac{2y}{g}} = 2\text{ s}$$

۲- زمان حرکت قطره  $(n-1)$  به زمین:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{y=0.8\text{m}} t_{n-1} = \sqrt{\frac{2 \times 0.8}{10}} = 0.4\text{ s}$$

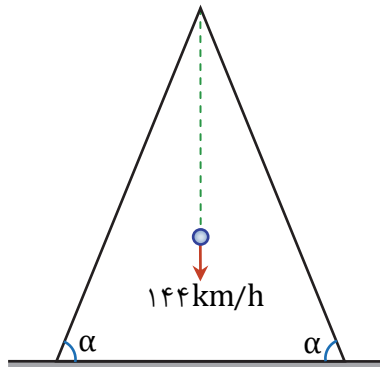
۳- توجه کنید چون حداقل تعداد قطرات مورد نظر است، فرض می‌کنیم بین قطره  $n$  و قطره  $n-1$  قطره دیگری جدا نشده است. هم‌چنین باید کنترل کنیم آیا فاصله زمانی رسیدن اولین قطره به زمین مضرب درستی از زمان تعیین شده یعنی  $0.4\text{ s}$  است. یا نه!

$$\frac{t_1}{t_{n-1}} = \frac{2}{0.4} = 5 \Rightarrow \text{جواب قابل قبول است.}$$



۴- پس فاصله زمانی قطرات و رها شدن آنها از سوراخ برابر  $0.4$  ثانیه می‌باشد پس در لحظه رسیدن قطره اول به زمین (مطابق شکل) قطره‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ هم از سوراخ رها شده و بجز قطره ۱، چهار قطره در حال حرکتند.

فرض کنید بتوانیم برج ایفل را به صورت سازه نشان داده شده در شکل در نظر بگیریم. اگر گلوله کوچکی از بالای برج رها شده و در لحظه‌ای که سرعت آن  $۱۴۴ \text{ km/h}$  می‌شود فاصله افقی آن با هر یک از ستون‌های برج برابر  $۵۰ \text{ m}$  باشد، کدام گزینه درست است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی شود و  $g = ۱۰ \text{ m/s}^2$ )



$$\cos \alpha = \frac{5}{8} \quad (۱)$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{8} \quad (۲)$$

$$\tan \alpha = \frac{4}{3} \quad (۳)$$

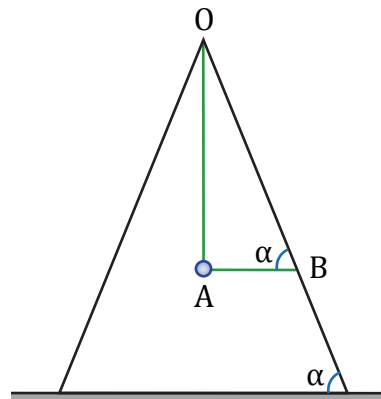
$$\tan \alpha = ۱/۶ \quad (۴)$$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴



-۱

$$۱۴۴ \text{ km/h} \times \frac{5}{18} = ۴۰ \text{ m/s}$$

-۲

$$v_A^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow OA = \Delta y = \frac{۱۶۰۰}{۲۰} = ۸۰ \text{ m}$$

-۳

$$(OAB): \tan \alpha = \frac{OA}{AB} = \frac{۸۰}{۵۰} = ۱/۶$$

گلوله‌ای از ارتفاع  $h$  نسبت به سطح زمین در شرایط خلأ سقوط می‌کند. سرعت متوسط گلوله در نیمه اول مسیر چند برابر سرعت متوسط گلوله در نیمه دوم مسیر است؟

۴)  $\sqrt{2} + 1$

۳)  $\sqrt{2} - 1$

۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱)  $\frac{1}{2}$

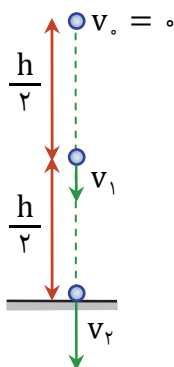
پاسخ



گزینه صحیح ۳

-۱

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y : \begin{cases} v_1^2 = 2g\frac{h}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{gh} \\ v_2^2 = 2gh \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh} \end{cases}$$



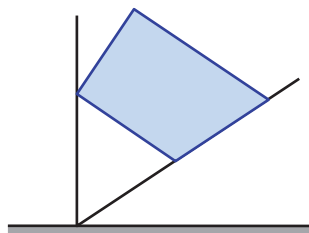
-۲

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \begin{cases} (v_{av})_{\text{نیمه اول مسیر}} = \frac{0 + v_1}{2} = \frac{\sqrt{gh}}{2} \\ (v_{av})_{\text{نیمه دوم مسیر}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\sqrt{gh} + \sqrt{2gh}}{2} \end{cases}$$

-۳

$$\frac{(v_{av})_{\text{نیمه اول}}}{(v_{av})_{\text{نیمه دوم}}} = \frac{\frac{\sqrt{gh}}{2}}{\frac{\sqrt{gh} + \sqrt{2gh}}{2}} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1}$$

مطابق شکل یک جسم دوزنقه شکل بین دیوار قائم بدون اصطکاک و سطح شیب‌داری به حالت تعادل قرار دارد و جرم آن برابر  $20 \text{ kg}$  است. اگر بزرگی نیرویی که دیوار قائم به جسم وارد می‌کند برابر  $160 \text{ N}$  باشد، نیرویی که سطح شیب‌دار به جسم وارد می‌کند چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



۱) ۱۲۰

۲) ۲۵۰

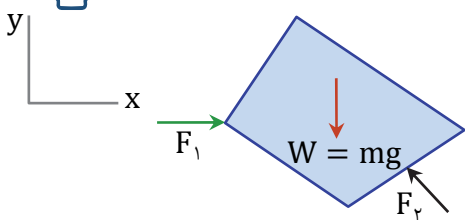
۳)  $40\sqrt{5}$

۴)  $40\sqrt{41}$

گزینه صحیح ۴

پاسخ

فیلم



به جسم ۳ نیرو اثر می‌کند: نیروی وزن، نیرویی که دیوار قائم به آن وارد کرده است ( $F_1$ ) و نیرویی که سطح شیب‌دار به جسم وارد کرده است. چون جسم تعادل دارد خواهیم داشت:

$$\vec{W} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 = -(\vec{W} + \vec{F}_1) = -(-20\vec{j} + 160\vec{i})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = -160\vec{i} + 20\vec{j} \Rightarrow F_2 = \sqrt{160^2 + 20^2} = 40\sqrt{41} \text{ N}$$

در جعبه‌ای به جرم  $M$ ، ۸ گلوله آهنی که جرم هر کدام  $m$  است قرار دارد و جعبه روی سطح بدون اصطکاک و افقی واقع شده است. اگر جعبه را با نیروی افقی  $F$  بکشیم با شتاب ثابت  $1/8 \text{ m/s}^2$  حرکت می‌کند و چنانچه یک گلوله از جعبه کم کنیم و با همان نیروی  $F$  آن را بکشیم جعبه با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  حرکت می‌کند. حالا اگر به جعبه اولیه یک گلوله مشابه با گلوله‌های اولیه اضافه کرده و با نیروی  $F$  بکشیم شتاب حرکت جعبه چند  $\text{m/s}^2$  خواهد بود؟

۱)  $\frac{18}{11}$

۲)  $1/6$

۳)  $1/5$

۴)  $\frac{20}{13}$

گزینه صحیح ۱

پاسخ

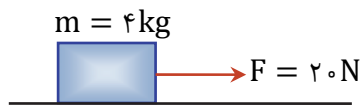
فیلم

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} \xrightarrow{F_{\text{net}}=F \text{ (ثابت)}} \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{\lambda m + M}{\gamma m + M} \xrightarrow{\substack{a_2=2 \\ a_1=1/8}} \gamma_0 m + 10M = \gamma_2 m + 9M \Rightarrow M = 2m$$

-۲

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} \xrightarrow{F_{\text{net}}=F \text{ (ثابت)}} \frac{a_3}{a_1} = \frac{m_1}{m_3} = \frac{\lambda m + M}{9m + M} \xrightarrow{M=2m} \frac{a_3}{1/8} = \frac{10m}{11m} \Rightarrow a_3 = \frac{18}{11} \text{ m/s}^2$$

مطابق شکل جسمی به جرم  $4\text{ kg}$  را با نیروی افقی  $F = 20\text{ N}$  کشیده‌ایم جسم با شتاب ثابت  $2\text{ m/s}^2$  روی سطح حرکت می‌کند. نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند چند نیوتون است؟  
( $g = 10\text{ m/s}^2$ )



$$20\sqrt{5} \quad (2)$$

$$4\sqrt{109} \quad (1)$$

$$52 \quad (4)$$

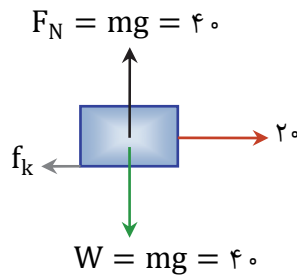
$$40 \quad (3)$$

گزینه صحیح ۱

پاسخ



فیلم



۱- تعادل در راستای قائم:

$$F_N = W = 40\text{ N}$$

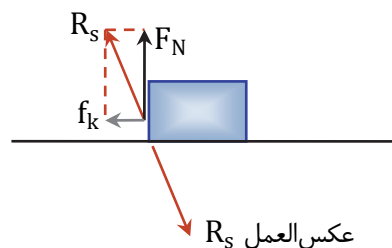
۲- محاسبه  $f_k$  در راستای قائم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow f_k = F - ma = 20 - 8 = 12\text{ N}$$

۳- از طرف سطح، دو نیرو به جسم اثر کرده که بر هم عمودند. نیروی وارد بر سطح از طرف جسم، عکس‌العمل این نیرو است (آن را با  $R_s$  نمایش داده‌ایم).

$$\vec{R}_s = \vec{F}_N + \vec{f}_k$$

$$\Rightarrow R_s = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{40^2 + 12^2} = 4\sqrt{109}$$



گلوله‌ای را با نیروی قائم  $\vec{F} = ۱۹/۶ \text{ (N)}$  به سمت بالا می‌کشیم. گلوله با سرعت ثابت  $۲ \text{ m/s}$  به سمت بالا حرکت می‌کند. اگر نیروی  $\vec{F}$  در راستای قائم و رو به پایین به گلوله اثر کند شتاب حرکت آن چند  $\text{m/s}^2$  خواهد بود؟  $g = ۹/۸ \text{ m/s}^2$  و نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت  $۴/۹ \text{ N}$  است.

۹/۸ (۴)

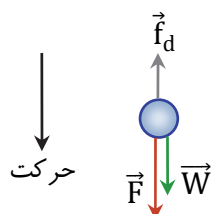
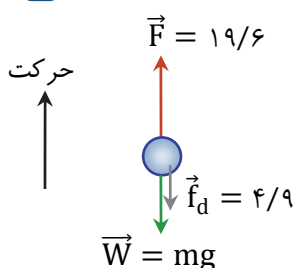
۱۴/۷ (۳)

۱۹/۶ (۲)

۲۲/۰۵ (۱)

پاسخ

فیلم



گزینه صحیح ۲

۱- در حالت اول نیروهای وارد به جسم را نشان داده‌ایم. چون سرعت ثابت است داریم:

$$F = W + f_d \Rightarrow W = ۱۹/۶ - ۴/۹ = ۱۴/۷ \text{ N}$$

$$\Rightarrow m = \frac{W}{g} = \frac{۱۴/۷}{۹/۸} = ۱/۵ \text{ kg}$$

۲- در حالت دوم خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a = \frac{F + W - f_d}{m} = \frac{۲۹/۴}{۱/۵} = ۱۹/۶ \text{ m/s}^2$$

دو چترباز از داخل یک هواپیما پرش کرده و بلافاصله چتر خود را باز می‌کنند. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت آنها به شکل  $f_d = ۵۰ v^2$  باشد و جرم دو چترباز به ترتیب  $۸۰ \text{ kg}$  و  $۱۰۰ \text{ kg}$  باشند، در لحظه رسیدن به زمین تندی حدی چترباز سنگین‌تر چند برابر چترباز سبک‌تر است؟  $(g = ۱۰ \text{ m/s}^2)$

 $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$  (۴) $\sqrt{۳}$  (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

پاسخ

فیلم



گزینه صحیح ۴

۱- برای رسیدن به تندی حدی باید مقاومت هوا ( $f_d$ ) با نیروی وزن هر یک برابر شود.

$$(f_1)_d = m_1 g \Rightarrow ۵۰ v_1^2 = ۸۰ \times ۱۰ \Rightarrow v_1^2 = \frac{۸۰۰}{۵۰} = ۱۶ \Rightarrow v_1 = ۴ \text{ m/s}$$

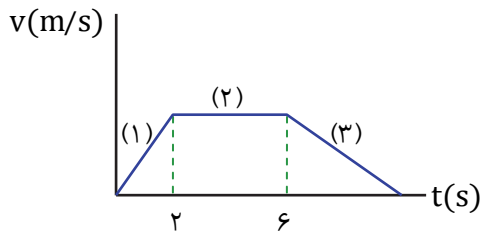
$$(f_2)_d = m_2 g \Rightarrow ۵۰ v_2^2 = ۱۰۰ \times ۱۰ \Rightarrow v_2^2 = \frac{۱۰۰۰}{۵۰} = ۲۰ \Rightarrow v_2 = ۲\sqrt{۵} \text{ m/s}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۴} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

-۲



شخصی به جرم  $80 \text{ kg}$  درون یک آسانسور روی نیروسنجی ایستاده است و نمودار سرعت-زمان آسانسور مطابق شکل زیر است. اگر اختلاف اعدادی که نیروسنج در قسمت (۱) و (۲) حرکت آسانسور نشان می‌دهد برابر  $160 \text{ N}$  و اختلاف اعداد اندازه‌گیری شده نیروسنج در قسمت (۲) و (۳) برابر  $120 \text{ N}$  باشد، مسافتی که آسانسور از شروع حرکت تا توقف پیموده است چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



۱) ۳۰

۲)  $\frac{76}{3}$

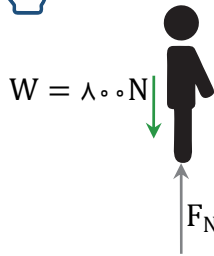
۳) ۲۸

۴)  $\frac{59}{3}$

پاسخ



گزینه صحیح ۲



۱- الف) در قسمت (۱)، شتاب آسانسور رو به بالا است و نیرویی که نیروسنج به شخص وارد می‌کند بزرگتر از وزن شخص است.

$$F_N - 800 = 80a_1 \Rightarrow F_N = 800 + 80a_1$$

ب) در قسمت دوم شتاب حرکت آسانسور صفر است.

$$F_N' - W = 0 \Rightarrow F_N' = 800$$

$$F_N - F_N' = 160 \Rightarrow (800 + 80a_1) - 800 = 160 \Rightarrow a_1 = 2 \text{ s}$$

ت)  $v_{\max} = a_1 \times t_1 = 2 \times 2 = 4 \text{ m/s}$

۲- برای قسمت سوم حرکت آسانسور شتاب آن منفی است. داریم:

$$F_N'' - W = m(-a_3) \Rightarrow F_N'' = 800 - 80a_3$$

$$F_N' - F_N'' = 120 \Rightarrow 800 - (800 - 80a_3) = 120 \Rightarrow a_3 = 1/5$$

پ) لحظه توقف را با توجه به شتاب حساب می‌کنیم:

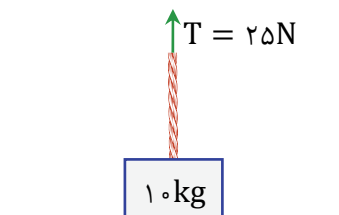
$$v = -a_3(T - 6) + v_0 \xrightarrow[v_0=4]{v=0} T = \frac{4}{3} + 6 = \frac{26}{3} \text{ s}$$

۳- مساحت زیر منحنی برابر جابه‌جایی (مسافت) پیموده شده توسط آسانسور است.

$$S = \frac{\frac{26}{3} + 4}{2} \times 4 = \frac{38}{3} \times 2 = \frac{76}{3} \text{ m}$$



مطابق شکل مکعبی به جرم  $10\text{ kg}$  روی زمین قرار دارد و با ریسمان قائم بدون جرمی با نیروی  $T = 25\text{ N}$  به سمت بالا کشیده شده است. نیروی عمودی سطح وارد بر جسم از طرف سطح افقی چند نیوتون است؟ ( $g = 10\text{ m/s}^2$ )



۷۵ (۱)

۱۰۰ (۲)

۱۲۵ (۳)

۸۵ (۴)

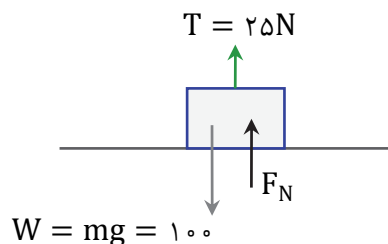
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

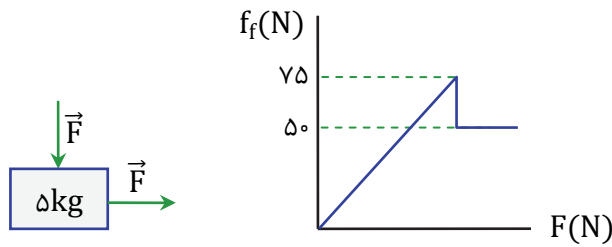
به نیروهای وارد بر جسم در شکل زیر دقت کنید:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow T + F_N = mg$$

$$\Rightarrow F_N = 100 - 25 = 75$$

مطابق شکل (۱) جسم  $۵\text{kg}$  روی سطح افق قرار داشته و در ابتدا ساکن است و دو نیروی متغیر و هم اندازه  $F$  به ترتیب در راستای افق و قائم به آن اثر کرده و نمودار تغییرات اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم در شکل (۲) ترسیم شده است. ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی سطح چقدر است؟ ( $g = ۱۰\text{m/s}^2$ )



شکل (۱)

شکل (۲)

$$\mu_k = ۰/۸, \mu_s = ۱/۲ \quad (۱)$$

$$\mu_k = ۰/۶, \mu_s = ۱ \quad (۲)$$

$$\mu_k = ۰/۴, \mu_s = ۰/۶ \quad (۳)$$

$$\mu_k = ۰/۲, \mu_s = ۰/۵ \quad (۴)$$

پاسخ

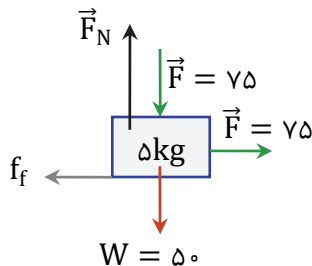


فیلم

گزینه صحیح ۳

۱- وقتی نیروی اصطکاک به  $۷۵\text{N}$  رسید، جسم در آستانه

حرکت قرار دارد یعنی  $f_{s\max} = F = ۷۵\text{N}$



(الف)

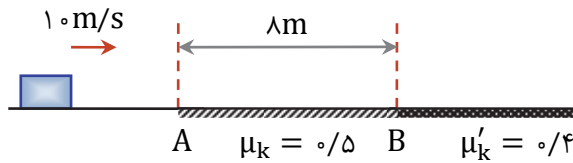
$$F_N = W + F = ۱۲۵\text{N}$$

$$f_{s\max} = F \Rightarrow \mu_s \times F_N = F \Rightarrow \mu_s = \frac{۷۵}{۱۲۵} = ۰/۶$$

۲- پس از شروع به لغزش اصطکاک به اصطکاک جنبشی تبدیل شده است.

$$f_k = \mu_k \times F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{f_k}{F_N} = \frac{۵۰}{۱۲۵} = ۰/۴$$

مطابق شکل جسمی روی سطح افقی بدون اصطکاکی با سرعت ثابت در حال حرکت است و پس از عبور از نقطه A وارد سطحی با ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۵ شده و ۸ متر جلوتر از آن، پس از نقطه B ضریب اصطکاک جنبشی سطح به ۰/۴ می‌رسد. کدام گزینه در مورد نقطه‌ای که جسم در آن متوقف می‌شود درست است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



① ۲m مانده به B متوقف می‌شود.

② دقیقاً در نقطه B متوقف می‌شود.

③ ۲/۵m پس از عبور از B متوقف می‌شود.

④ ۵m پس از عبور از نقطه B متوقف می‌شود.

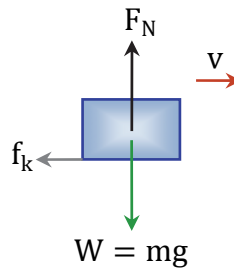
پاسخ



گزینه صحیح ۳

۱- اگر روی سطح افقی تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم متحرک اصطکاک جنبشی باشد، شتاب حرکت آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} = \frac{-f_k}{m} = \frac{-\mu_k mg}{m} \Rightarrow \vec{a} = -\mu_k g$$



۲- براساس این رابطه شتاب در فاصله ۸ متری A تا B را بدست آورده و سرعت در نقطه B را حساب می‌کنیم:

$$a_{AB} = -\mu_k \times g = -0.5 \times 10 = -5 \text{ m/s}^2 \quad (\text{الف})$$

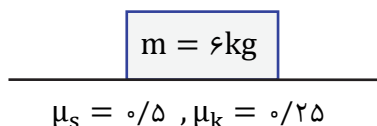
$$v_B^2 - v_A^2 = 2a_{AB}(\Delta x_{AB}) \Rightarrow v_B^2 - 100 = -80 \Rightarrow v_B^2 = 20 \quad (\text{ب})$$

۳- مشخص است که جسم از B عبور کرده است. حالا برای بعد از B تا نقطه توقف (C) داریم:

$$a_{BC} = -\mu'_k \times g = -4 \text{ m/s}^2 \quad (\text{الف})$$

$$v_C^2 - v_B^2 = 2a_{BC}(\Delta x_{BC}) \Rightarrow \Delta x_{BC} = \frac{0 - 20}{-8} = +2.5 \text{ m} \quad (\text{ب})$$

مطابق شکل جسمی به جرم  $6\text{ kg}$  روی سطح افقی ساکن است. اگر به این جسم نیروی افقی  $F_1 = 20\text{ N}$  اثر کند، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند برابر  $R_1$  و اگر به جسم نیروی افقی  $F_2 = 40\text{ N}$  اثر کند نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند برابر  $R_2$  است.  $\frac{R_2}{R_1}$  چقدر است؟ ( $g = 10\text{ m/s}^2$ )



$$\frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{130}}{10} \quad (1) \quad \frac{3\sqrt{170}}{40} \quad (3)$$

گزینه صحیح ۳

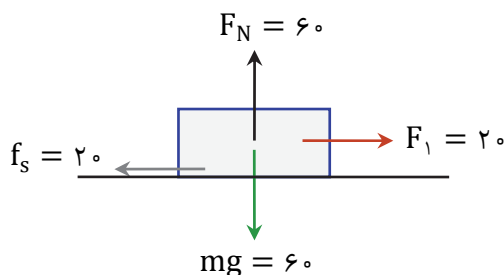
پاسخ



۱- ابتدا اصطکاک بیشینه ایستایی را حساب می‌کنیم:

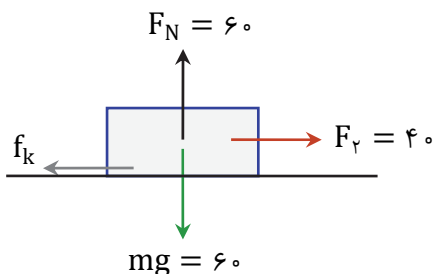
$$f_{s\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.5 \times 60 = 30\text{ N}$$

۲- وقتی نیروی  $F_1 = 20\text{ N}$  به جسم اثر می‌کند جسم ساکن مانده و اصطکاک وارد به جسم برابر  $20\text{ N}$  خواهد بود. نیروی وارد به سطح بر این دو نیروی  $F_N$  و اصطکاک است.



$$R_s = R_1 = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 20^2} = 20\sqrt{10}\text{ N}$$

۳- وقتی نیروی  $F_2 = 40\text{ N}$  به جسم وارد شود چون این نیرو بزرگتر از  $f_{s\max}$  است، جسم لغزیده و اصطکاک وارد بر آن  $f_k$  خواهد بود.

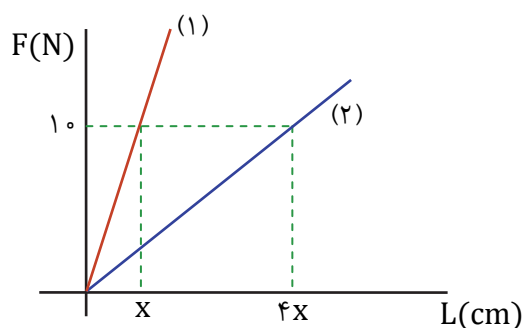


$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.25 \times 60 = 15\text{ N} \quad (\text{الف})$$

$$R_s = R_2 = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{60^2 + 15^2} = 15\sqrt{17}\text{ N} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{15\sqrt{17}}{20\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{170}}{40} \quad -4$$

نمودار تغییرات طول دو فنر بر حسب نیروی وارد بر آنها به شکل زیر است. طول آزاد فنر (۱) برابر  $20\text{ cm}$  می‌باشد. اگر دو فنر را به حالت قائم از سقف بیاویزیم و به فنر (۱) وزنه‌ای به جرم  $m$  و به فنر (۲) وزنه‌ای به جرم  $\frac{m}{4}$  بیاویزیم، پس از رسیدن به تعادل، طول نهایی هر دو فنر  $22\text{ cm}$  می‌شود. طول آزاد فنر (۲) چند سانتی‌متر است؟ ( $g = 10\text{ m/s}^2$ ) و طول آزاد، طول فنر است هنگامی که به آن هیچ نیرویی اثر نکند.



۱۸ (۱)

۲۰ (۲)

۲۱ (۳)

۱۶ (۴)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

۱- مقایسه ثابت دو فنر با استفاده از نمودار:

$$k = \frac{F}{x} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{F_1}{F_2} \times \frac{x_2}{x_1} = \frac{10}{10} \times \frac{4x}{x} = 4$$

۲- وقتی در حالت قائم جسمی به فنر آویخته شود کشش فنر برابر با وزن جسم است.

(الف)

$$F = kx \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{k_1}{k_2} \times \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow \frac{mg}{\frac{m}{4}g} = 4 \times \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{x_1 = L_1 - L_0} \frac{22 - 20}{x_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = 4\text{ cm}$$

(ب)

$$x_2 = L_2 - L_0 \xrightarrow{x_2 = 4} \xrightarrow{L_2 = 22} (L_0)_2 = 18\text{ cm}$$



به انتهای فنر بدون جرمی که به صورت قائم آویزان است وزنه‌ای به جرم  $400\text{ g}$  بسته شده و در حالت تعادل است. در این حالت طول فنر به  $30\text{ cm}$  رسیده است. اگر به جای وزنه  $400\text{ g}$ ، وزنه  $480\text{ g}$  را به فنر می‌بستیم طول آن به  $31\text{ cm}$  می‌رسید. چه وزنه‌ای بر حسب گرم به انتهای فنر بسته شود تا طول آن  $27\text{ cm}$  شود؟

۲۴۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۸۰ (۱)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

۱- در حالتی که جسم به فنر قائم آویخته شده و تعادل دارد، نیروی فنر برابر با وزن جسم است. (طول آزاد فنر را با  $\ell_0$  نمایش داده‌ایم.)

$$F = kx = k(\ell - \ell_0) \begin{cases} \cdot/4 \times g = k(30 - \ell_0) \\ \cdot/48 \times g = k(31 - \ell_0) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه}} \frac{5}{6} = \frac{30 - \ell_0}{31 - \ell_0} \Rightarrow \begin{cases} \ell_0 = 25\text{ cm} \\ k = \frac{4g}{5} (\text{N/cm}) \end{cases}$$

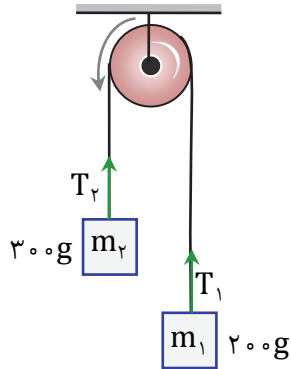
-۲

$$F = kx = k(\ell - \ell_0) \Rightarrow m \times g = \frac{4g}{5} (27 - 25)$$

$$\Rightarrow m = \frac{8}{5} \text{ kg} = 160\text{ g}$$



مطابق شکل ریسمان بدون جرمی با عبور از یک قرقره به دو جرم به ترتیب  $m_1 = 200g$  و  $m_2 = 300g$  بسته شده و مجموعه در حال حرکت در جهت نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد کشش در دو سر ریسمان ( $T_1$  و  $T_2$ ) درست است؟



①  $T_2 = 3N$  ,  $T_1 = 2N$

②  $T_1 = T_2 = 2N$

③  $T_1 = T_2 = 3N$

④  $2N < T_1 = T_2 < 3N$

پاسخ



فیلم

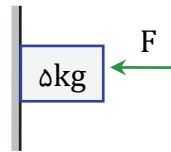
گزینه صحیح ۴

- ۱- دقت کنید کشش در تمام نقاط در یک ریسمان بدون جرم یکسان است. (گزینه ۱ نادرست)
- ۲- چون ریسمان بر خلاف فنر تغییر طول نمی‌دهد، نمی‌تواند یک سر آن در تعادل و سر دیگرش غیرمتعادل باشد. (گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست)
- ۳- تنها راه حرکت مجموعه در جهت نشان شده این است که  $T < 3N$  باشد تا وزنه  $3N$  پایین آمده و  $T > 2N$  باشد تا وزنه  $2N$  بالا برود.



در شکل زیر نیروی افقی  $F = 200\text{ N}$  جسم را به دیوار قائم فشرده و جسم در آستانه حرکت است. اگر نیروی  $F$  را ۲۰ درصد کاهش دهیم شتاب حرکت جسم چند  $\text{m/s}^2$  خواهد شد؟

$$(\mu_k = 0.4\mu_s \text{ و } g = 10\text{ m/s}^2)$$



$$۶/۸ \text{ (۲)}$$

$$۸ \text{ (۱)}$$

$$۵ \text{ (۴)}$$

$$۵/۶ \text{ (۳)}$$

پاسخ



گزینه صحیح ۲

۱- ابتدا  $\mu_s$  را با توجه به اینکه جسم در آستانه حرکت بوده تعیین می کنیم.

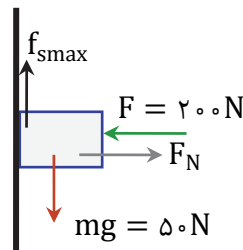
(الف)

$$F_N = F = 200$$

(ب)

$$f_{s\max} = mg \Rightarrow \mu_s \times F_N = mg$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{mg}{F_N} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$$



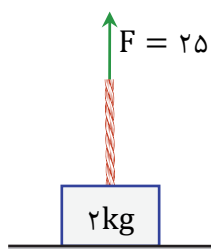
۲- با کاهش نیروی  $F$ ،  $F_N$  و در نتیجه اصطکاک ایستایی کوچکتر شده و جسم در اثر نیروی وزن به سمت پایین می لغزد.

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{mg - f_k}{m} = \frac{50 - \mu_k F_N'}{m}$$

$$\xrightarrow{\mu_k = 0.4\mu_s} a = \frac{50 - \frac{1}{4} \times 160}{5} = 6/8 \text{ m/s}^2$$

$$F_N' = F = 0.8 \times 200$$

جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  روی سطح زمین قرار دارد. به این جسم ریسمان بدون جرم و قائمی بسته و با نیروی  $F = 25\text{ N}$  می کشیم اگر ریسمان پس از  $4$  ثانیه پاره شود، حداکثر فاصله جسم تا سطح زمین چند متر خواهد شد؟ ( $g = 10\text{ m/s}^2$ ) و از مقاومت هوا در برابر حرکت صرف نظر کنید.



۲۵ (۱)

۳۰ (۲)

۳۲ (۳)

۳۷/۵ (۴)

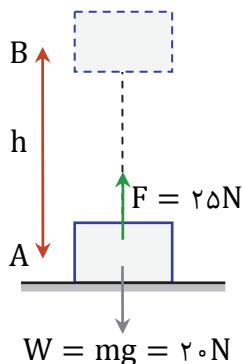
پاسخ



گزینه صحیح ۱

۱- تحلیل حرکت جسم پیش از پاره شدن ریسمان:

(الف)



$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{F - W}{m} = \frac{25 - 20}{2} = 2.5\text{ m/s}^2$$

(ب)

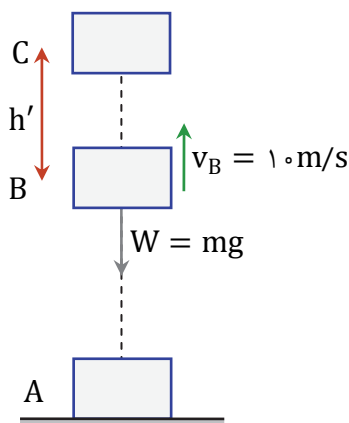
$$v_B = at = 2.5 \times 4 = 10\text{ m/s}$$

(پ)

$$h = \frac{v_B^2}{2a} = \frac{100}{5} = 20\text{ m}$$

۲- پس از پاره شدن ریسمان، حرکت جسم کندشونده خواهد بود.

(الف)



$$a' = \frac{F_{\text{net}}}{m} = -\frac{W}{m} = -g = -10\text{ m/s}^2$$

(ب)

$$v_C^2 - v_B^2 = 2a'h' \xrightarrow{v_C=0} -100 = -20 \times h' \Rightarrow h' = 5\text{ m}$$

-۳

$$H_{\text{اوج}} = h + h' = 20 + 5 = 25\text{ m}$$

به جرمی به جرم  $2\text{ kg}$  تنها چهار نیروی ثابت به اندازه‌های  $F_1 = 20\text{ N}$ ،  $F_2 = 12\text{ N}$ ،  $F_3 = 6\text{ N}$  و  $F_4 = 15\text{ N}$  اثر کرده و جسم در تعادل است. اگر نیروی  $F_3$  را حذف کنیم، ۲ ثانیه پس از حذف نیرو جسم در چه فاصله‌ای از نقطه شروع حرکت خود قرار دارد؟

۶ (۴)

۱۲ (۳)

۲۰ (۲)

۳۵ (۱)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

۱- دقت کنید:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = -\vec{F}_3$$

پس برابند سه نیروی  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_4$  هم‌اندازه با  $\vec{F}_3$  ولی در خلاف جهت آن است.

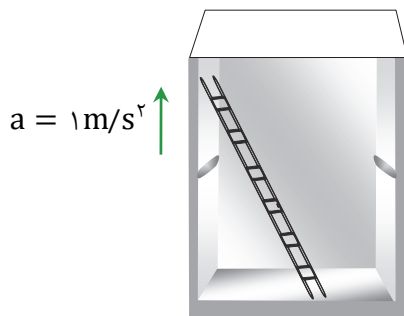
-۲

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_4}{m} = \frac{-\vec{F}_3}{m} \Rightarrow a = \frac{F_3}{m} = \frac{6}{2} = 3\text{ m/s}^2$$

-۳

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 2^2 = 6\text{ m}$$

نردبانی در یک آسانسور که با شتاب  $1 \text{ m/s}^2$  به سمت بالا در حال حرکت است قرار دارد و نسبت به کف آسانسور در آستانه لغزش قرار دارد. اگر جرم نردبان  $20 \text{ kg}$  و بزرگی نیروی اصطکاک نردبان با دیواره قائم آسانسور  $40 \text{ N}$  باشد، نیرویی که کف آسانسور به نردبان وارد می‌کند، چند برابر نیروی عمودی سطح که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند است؟  $(\mu_s = 0.5, g = 10 \text{ m/s}^2)$



۱) ۲

۲)  $\sqrt{5}$

۳)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

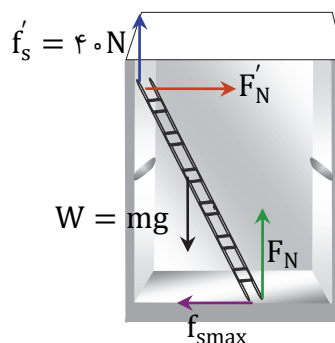
۴)  $\frac{5}{2}$

پاسخ



گزینه صحیح ۲

- ۱- توجه کنید اگر نردبان بخواهد نسبت به کف آسانسور بلغزد اصطکاک وارد به نردبان در دیواره قائم به سمت بالا خواهد بود.
- ۲- در راستای قائم باید نردبان با شتاب برابر با شتاب آسانسور حرکت کند.



$$(F_{\text{net}})_y = ma \Rightarrow F_N + f'_s - mg = m(+a)$$

$$\Rightarrow F_N + 40 - 200 = 20 \times 1 \Rightarrow F_N = 180 \text{ N}$$

- ۳- در راستای افق بایستی برابری نیروهای وارد به جسم صفر باشد.

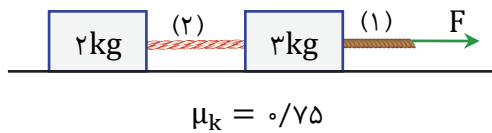
$$F'_N = f_{s\text{max}} = \mu_s \times F_N \Rightarrow F'_N = 0.5 \times 180 = 90 \text{ N}$$

- ۴- توجه کنید نیروی وارد از طرف سطح افقی، برابری دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.

$$\frac{R_{\text{سطح افقی}}}{F'_N} = \frac{\sqrt{180^2 + 90^2}}{90} = \frac{90\sqrt{5}}{90} = \sqrt{5}$$



مطابق شکل دو جسم ۲ و ۳ کیلوگرمی توسط ریسمان بدون جرمی به هم بسته و توسط نیروی  $F$  روی سطح افق با شتاب  $۱/۵ \text{ m/s}^2$  به سمت راست در حال حرکتند. کشش ریسمان (۲) چند نیوتون است؟ ( $g = ۱۰ \text{ N/kg}$ )



۲۱ (۲)

۲۴ (۱)

۱۵ (۴)

۱۸ (۳)

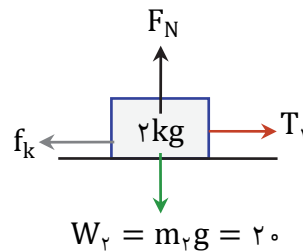
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۳

در این تست کافی است فقط به نیروهای وارد به جسم  $۲ \text{ kg}$  توجه کنید.



(الف)

$$F_N = W_2 = ۲۰ \text{ N}$$

(ب)

$$f_k = \mu_k F_N = ۰/۷۵ \times ۲۰ = ۱۵ \text{ N}$$

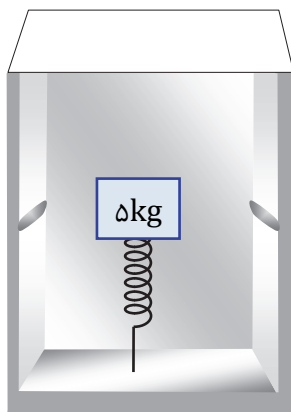
(پ)

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T_2 - f_k = m_2 a \Rightarrow T_2 - ۱۵ = ۲ \times ۱/۵$$

$$\Rightarrow T_2 = ۱۸ \text{ N}$$



جسمی به جرم  $5\text{kg}$  روی یک فنر قائم بدون جرم درون آسانسوری قرار گرفته و آسانسور با شتابی به اندازه  $4\text{m/s}^2$  به صورت کندشونده بالا می‌رود اگر ثابت فنر برابر  $200\text{N/m}$  باشد، طول فنر نسبت به حالتی که هیچ نیرویی به آن اثر نکرده است چگونه تغییر می‌کند؟ ( $g = 10\text{m/s}^2$ )



۱) طول فنر  $10\text{cm}$  کاهش پیدا می‌کند.

۲) طول فنر  $10\text{cm}$  افزایش پیدا می‌کند.

۳) طول فنر  $15\text{cm}$  کاهش پیدا می‌کند.

۴) طول فنر  $15\text{cm}$  افزایش پیدا می‌کند.

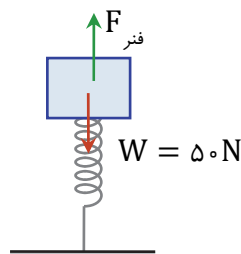
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۳

۱- فنر نیرویی بالاسو به جسم وارد می‌کند. قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{فنر}} - W = m \times a \xrightarrow{\text{شتاب به سمت پایین}}$$

$$F_{\text{فنر}} - 50 = 5 \times (-4) \Rightarrow F_{\text{فنر}} = 30\text{N}$$

-۲

$$F_{\text{فنر}} = kx \Rightarrow x = \frac{F}{k} = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}\text{m} = 15\text{cm}$$

توجه کنید چون نیروی وارد به فنر فشاری است طول فنر کم می‌شود.



چند عبارت از عبارت‌های داده شده درست است؟

- الف) اجسام پیرامون دستگاه که می‌توانند با آن تبادل انرژی داشته باشند، محیط نام دارد.  
 ب)  $P, V$  و  $T$  فشار، حجم و دما، که برای توصیف حالت ترمودینامیکی دستگاه استفاده می‌شوند، متغیرهای ترمودینامیکی نام دارند.  
 پ) رابطه بین متغیرهای ترمودینامیکی معادله تحول نام دارد.  
 ت) هر محیطی که به دستگاه گرما بدهد، منبع گرما نامیده می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۲

عبارت‌های الف و ب درست هستند. رابطه بین متغیرهای ترمودینامیکی معادله حالت نامیده می‌شود نه تحول. همچنین و منبع گرما جسمی است که با دریافت یا از دست دادن گرما، دمای آن تغییر محسوسی نکند.

در یک فرایند، گاز کاملی  $10 \text{ cal}$  گرما از دست داده و بر روی آن  $20 \text{ J}$  کار انجام شده است. تغییر انرژی درونی گاز چند ژول است؟ ( $1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$ )

+۶۲ (۴)

+۳۰ (۳)

-۲۲ (۲)

+۱۰ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۲

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\text{روی گاز کار انجام شده}]{\text{گاز گرما از دست داده}} \Delta U = -10 \times 4/2 + 20 = -22 \text{ J}$$

در یک فرایند هم‌فشار، دمای  $10^\circ \text{C}$  گرم هیدروژن از  $70^\circ \text{C}$  به  $50^\circ \text{C}$  رسیده است. کار انجام شده روی گاز چند ژول است. ( $R = 8 \text{ J/mol.K}$  و  $M_{H_2} = 2 \text{ g/mol}$ )

-۱۲۰۰ (۴)

۱۲۰۰ (۳)

-۸۰۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

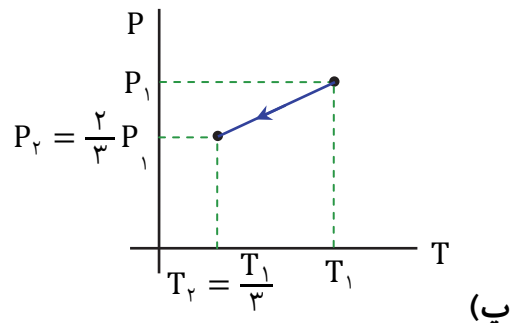
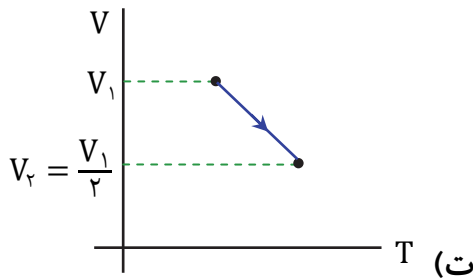
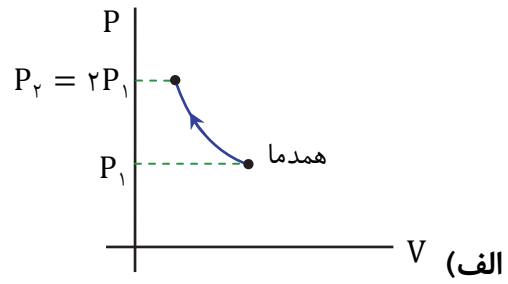
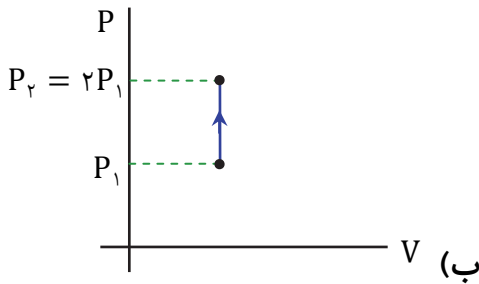
پاسخ



گزینه صحیح ۱

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{PV=nRT} W = -nR\Delta T = -\frac{10}{2} \times 8 \times (50 - 70) = 800 \text{ J}$$

در چند مورد از تحول‌های نشان داده شده در شکل‌های زیر چگالی گاز کامل دو برابر نشده است؟



ب و پ (۴)

ب (۳)

ت و پ (۲)

الف و پ (۱)

گزینه صحیح ۳

۱- به فرمول‌ها توجه کنید:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m \text{ ثابت}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}; \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2}$$

۲- بررسی فرایندها:

(الف)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} \xrightarrow{T_1=T_2, P_2=2P_1} \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2$$

(ب) فرایند هم‌حجم است با توجه به ثابت بودن جرم، چگالی ثابت است. (چگالی مورد (ب) دو برابر نشده)

(پ)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} \xrightarrow{T_2=\frac{T_1}{3}, P_2=\frac{2}{3}P_1} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

(ت)

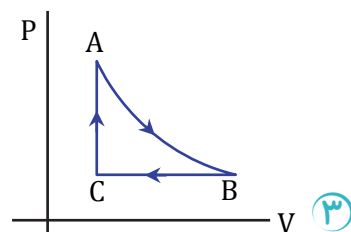
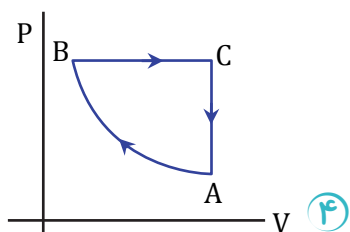
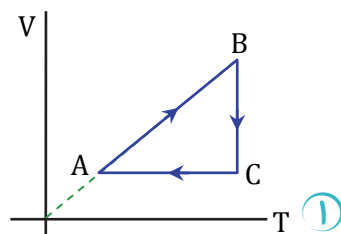
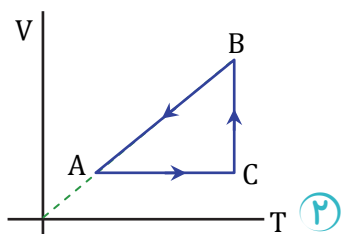
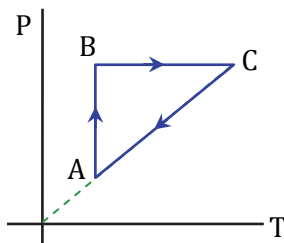
$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} \xrightarrow{V_2=\frac{V_1}{2}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2$$

پاسخ



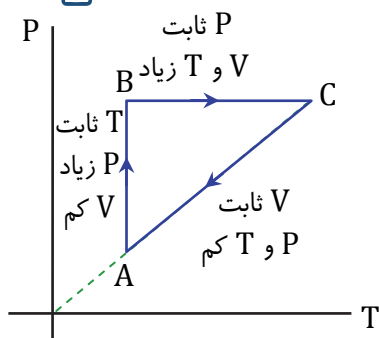
فیلم

نمودار تغییرات فشار بر حسب دما برای مقداری گاز کامل مطابق شکل است. کدام گزینه همین تحول را برای گاز درست نشان می‌دهد؟



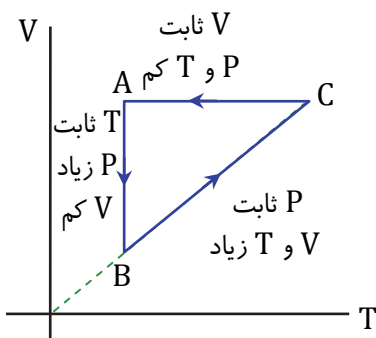
گزینه صحیح ۴

پاسخ

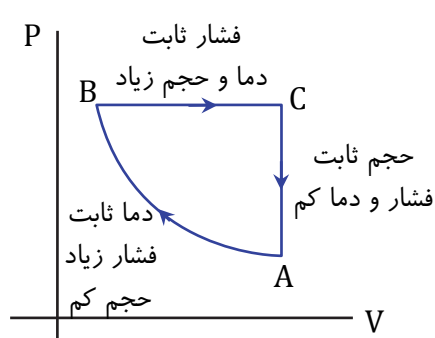


- ۱- الف) فرایند AB همدماست و با افزایش فشار باید حجم گاز کاهش یافته باشد.
- ب) فرایند BC هم فشار است و با افزایش دما باید حجم گاز زیاد شده باشد.
- پ) فرایند CA هم حجم است و با کاهش دما باید فشار هم کم شده باشد.

۳- ترسیم تحول در صفحه  $V-T$ :



۲- ترسیم تحول در صفحه  $P-V$ :



۵ لیتر گاز کامل با فشار ۸۵cmHg موجود است. حجم گاز را ۲ لیتر افزایش داده و فشار آن را ۲۰ درصد کاهش می‌دهیم. انرژی درونی گاز نسبت به حالت اول چند برابر می‌شود؟

$$\frac{28}{25} \quad (۴)$$

$$\frac{136}{425} \quad (۳)$$

$$\frac{75}{68} \quad (۲)$$

$$\frac{425}{136} \quad (۱)$$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

-۱

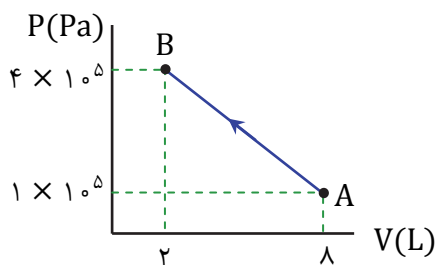
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{85 \times 5}{T_1} = \frac{(0.8 \times 85) \times (5+2)}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{85 \times 5}{T_1} = \frac{68 \times 7}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{68 \times 7}{85 \times 5} = \frac{28}{25}$$

۲- میدانیم انرژی درونی گاز کامل تابع دمای مطلق آن است، بنابراین:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{28}{25}$$

فرایند یک گاز کامل مطابق شکل زیر است. در این فرایند کار انجام شده بر روی گاز چند ژول بوده و انرژی درونی گاز در نقطه B چند برابر انرژی درونی گاز در نقطه A است؟



$$\frac{U_B}{U_A} = 1, W = -1500J \quad (۱)$$

$$\frac{U_B}{U_A} = 1, W = 1500J \quad (۲)$$

$$\frac{U_B}{U_A} = 2, W = -3 \times 10^3J \quad (۳)$$

$$\frac{U_B}{U_A} = 2, W = 3 \times 10^3J \quad (۴)$$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

۱- میدانیم کار برابر با سطح زیر نمودار  $P - V$  است و چون فرایند تراکمی است این کار مثبت است.

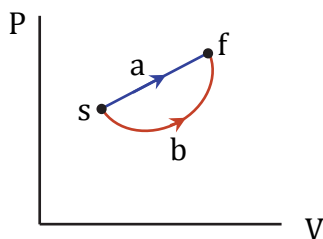
$$W = \frac{4 \times 10^5 + 1 \times 10^5}{2} \times (8 - 2) \times 10^{-3} = 1500J$$

۲- انرژی درونی فقط تابع دمای مطلق گاز است.

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{T_B}{T_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} = \frac{4 \times 10^5 \times 2}{1 \times 10^5 \times 8} = 1$$



نمودار  $(P - V)$  مربوط به یک گاز کامل که از دو مسیر  $a$  و  $b$  از حالت  $s$  به حالت  $f$  رفته است، مطابق شکل زیر است. اگر تغییر انرژی درونی گاز را با  $\Delta U$  و گرمایی که گاز می‌گیرد را با  $Q$  نمایش دهیم، کدام گزینه درست است؟



$$Q_a > Q_b, \Delta U_a = \Delta U_b \quad (1)$$

$$Q_a < Q_b, \Delta U_a = \Delta U_b \quad (2)$$

$$Q_a > Q_b, \Delta U_a < \Delta U_b \quad (3)$$

$$Q_a < Q_b, \Delta U_a < \Delta U_b \quad (4)$$

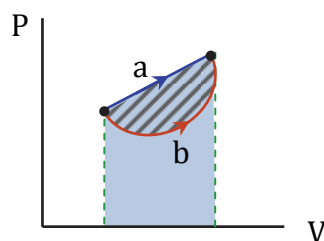
پاسخ



گزینه صحیح ۱

۱- در مورد  $\Delta U$  (تغییر انرژی درونی) توجه کنید که چون انرژی درونی تابع دمای گاز بوده و در هر دو فرایند دمای اولیه  $T_s$  و دمای نهایی  $T_f$  یکسان است، انرژی درونی و تغییر آن در دو مسیر یکسان است.

۲- به سادگی با مقایسه سطح زیر نمودار دو فرایند و اینکه در اثر ازدیاد حجم، کار منفی است خواهیم داشت:



(الف)

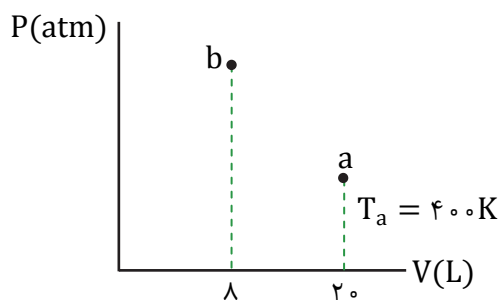
$$S_a > S_b \Rightarrow |W_a| > |W_b| \xrightarrow{\text{انبساط}} W_a < W_b$$

(ب)

$$\Delta U_a = \Delta U_b \Rightarrow Q_a + W_a = Q_b + W_b$$

$$\xrightarrow{W_a < W_b} Q_a > Q_b$$

۵ مول گاز کامل مطابق شکل از حالت اولیه  $a$  در یک فرایند بی‌دررو به حالت  $b$  می‌رسد. در این صورت فشار نهایی گاز ( $P_b$ ) چند اتمسفر بوده و انرژی درونی گاز چگونه تغییر کرده است؟ ( $R = 8 \text{ J/mol.K}$ )



۱)  $P = 20 \text{ atm}$ ، انرژی درونی کاهش یافته است.

۲)  $P < 20 \text{ atm}$ ، انرژی درونی افزایش یافته است.

۳)  $P > 20 \text{ atm}$ ، انرژی درونی افزایش یافته است.

۴)  $P > 20 \text{ atm}$ ، انرژی درونی کاهش یافته است.

پاسخ



فیلم

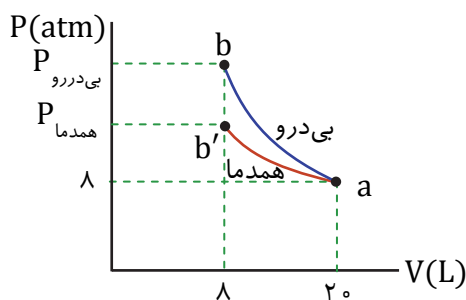
گزینه صحیح ۳

۱- ابتدا فشار گاز در حالت  $a$  را حساب می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{5 \times 8 \times 400}{20 \times 10^{-3}} = 8 \times 10^5 \text{ Pa} = 8 \text{ atm}$$

۲- میدانیم در فرایند بی‌درروی تراکمی مسیر فرایند بالای فرایند همدمای است که همین تغییر حجم را داشته باشد.

الف) مشخص است که در فرایند بی‌دررو دمای گاز افزایش یافته پس انرژی درونی آن زیاد شده است.



ب) در فرایند همدما داریم:

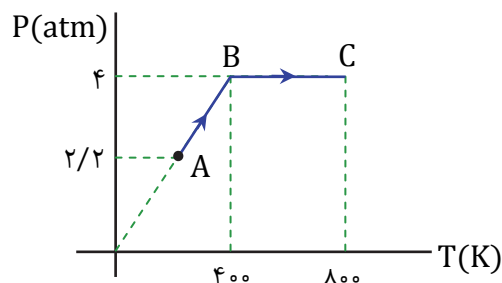
$$P_a V_a = P_{b'} V_{b'} \Rightarrow P_{b'} = \frac{8 \times 20}{8} = 20 \text{ atm}$$

باز هم به سادگی مشخص است که فشار نهایی گاز در فرایند بی‌دررو از  $20 \text{ atm}$  بیشتر است.

$$P_{\text{بی‌دررو}} > P_{\text{همدما}} \Rightarrow P_{\text{بی‌دررو}} > 20 \text{ atm}$$



نمودار فشار بر حسب دما برای یک مول گاز آرمانی به شکل زیر است. اگر گرمای مبادله شده در فرایند BC برابر  $8000 \text{ J}$  باشد، کار انجام شده روی گاز در فرایند AB و تغییر انرژی درونی گاز در فرایند BC از راست به چپ هر کدام چند ژول است؟ ( $R = 8 \text{ J/mol.K}$ )



① ۴۸۰۰، ۳۶۰۰

② ۴۲۰۰، ۳۶۰۰

③ صفر، ۴۸۰۰

④ صفر، ۴۲۰۰

پاسخ



گزینه صحیح ۳

۱- فرایند AB (در صفحه  $P - T$ ) معرف یک فرایند هم‌حجم بوده بنابراین کار انجام شده در این فرایند برابر صفر است.

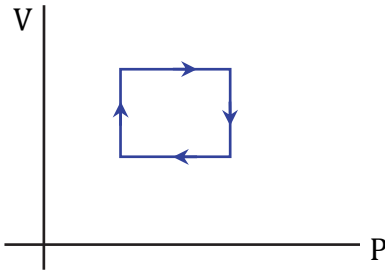
۲- فرایند BC یک فرایند هم‌فشار است. خواهیم داشت:

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} \xrightarrow[\text{Q} > 0]{\text{دما افزایش یافته پس}} \Delta U_{BC} = 8000 - P\Delta V$$

$$\frac{PV=nRT}{P\Delta V=nR\Delta T} \rightarrow \Delta U_{BC} = 8000 - nR\Delta T$$

$$= 8000 - 1 \times 8 \times 400 = 4800 \text{ J}$$

نمودار تغییرات حجم بر حسب فشار برای یک گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. در چرخه این گاز تبادل انرژی با محیط چگونه بوده است؟



۱) گرما داده و کار گرفته است.

۲) گرما گرفته و کار گرفته است.

۳) گرما داده و کار داده است.

۴) گرما گرفته و کار داده است.

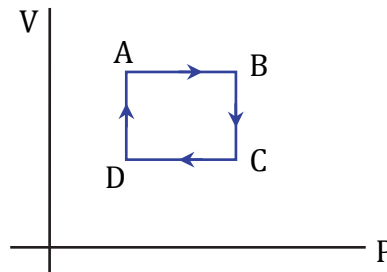
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

۱- توجه کنید برخلاف معمول که صفحه  $P$  بر حسب  $V$  رسم می‌شود. در این تست محور قائم معرف حجم و محور افقی معرف فشار است. فرایندهای  $AB$  و  $CD$  هم‌حجم و فرایندهای  $DA$  و  $BC$  هم‌فشار هستند. کار، سطح محصور با محور  $V$  است. پس کار فرایند  $BC$  (تراکم) مثبت و از حیث اندازه بزرگتر از کار فرایند  $DA$  (انبساط) بوده یعنی کار کل مثبت است.

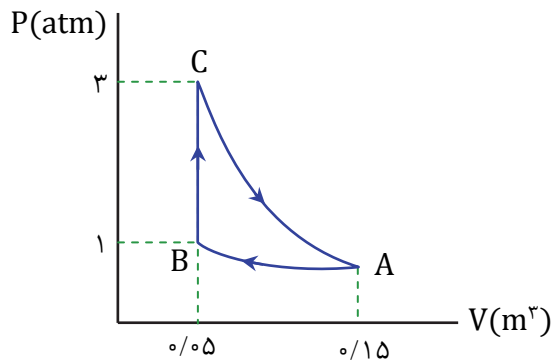


-۲

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = Q_{\text{کل}} + W_{\text{کل}} = 0 \quad \xrightarrow{W_{\text{کل}} > 0} \quad Q_{\text{کل}} < 0$$



نمودار فشار بر حسب حجم برای یک گاز کامل در یک چرخه ترمودینامیکی به شکل زیر است. اگر گرمای مبادله شده بین گاز و محیط در فرایند BC برابر  $15 \text{ kJ}$  باشد، کار انجام شده توسط گاز در فرایند CA چند کیلوژول است؟ (فرآیند AB همدمای و فرآیند CA بی‌دررو است.)



۱۵ (۱)

-۱۵ (۲)

۲۵ (۳)

-۲۵ (۴)

پاسخ



فیلم



گزینه صحیح ۱

۱- میدانیم تغییر انرژی درونی در طول یک چرخه برابر صفر است.

$$\Delta U_{\text{کل}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{همدمای}} + \Delta U_{\text{هم حجم}} + \Delta U_{\text{بی دررو}} = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{همدمای}} &= 0 \\ \Rightarrow \Delta U_{\text{هم حجم}} + \Delta U_{\text{بی دررو}} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{هم حجم}} &= Q_{\text{هم حجم}} \\ \Rightarrow 15 \times 10^3 + \Delta U_{\text{بی دررو}} &= 0 \end{aligned}$$

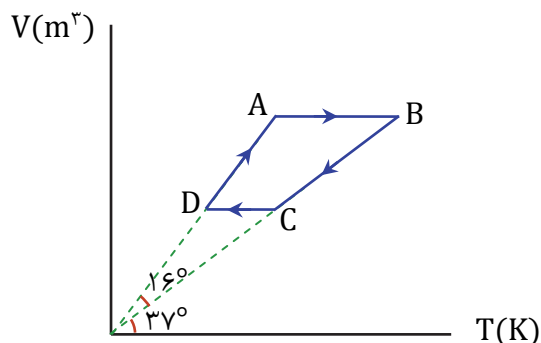
$$\Delta U_{\text{بی دررو}} = -15 \times 10^3 = -15 \text{ kJ}$$

۲- کار گاز منفی شده به این معناست که گاز روی محیط کار انجام داده است. پس:

$$W_{CA} = W_{\text{کار انجام شده گاز بر روی محیط}} = -W_{\text{کار انجام شده روی گاز}} = +15 \text{ kJ}$$



در شکل چرخه یک گاز کامل در صفحه  $V - T$  رسم شده است. اگر کاری که گاز بر روی محیط انجام می‌دهد در فرایند  $DA$  برابر  $900 \text{ J}$  باشد، گرمایی که بین گاز و محیط در چرخه مبادله شده است، چند ژول است؟ ( $\sin 37^\circ = 0/6$  و  $\sin 53^\circ = 0/8$ )

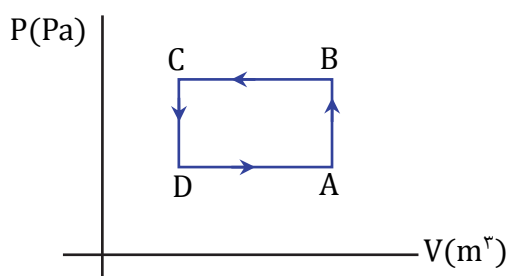


- ① گاز  $700 \text{ J}$  گرما از محیط دریافت کرده است. ② گاز  $700 \text{ J}$  گرما به محیط داده است.  
 ③ گاز  $1500 \text{ J}$  گرما از محیط دریافت کرده است. ④ گاز  $1500 \text{ J}$  گرما به محیط داده است.

پاسخ



گزینه صحیح ۲



۱- برای پاسخ دادن به سؤال شاید ساده‌تر باشد شکل فرایند را در صفحه  $P - V$  رسم کنیم. چرخه شامل دو فرایند هم‌حجم  $AB$  و  $CD$  بوده و دو فرایند  $BC$  و  $DA$  هم‌فشار هستند.

$$W_{\text{کل}} = \cancel{W_{AB}} + W_{BC} + \cancel{W_{CD}} + W_{DA} = W_{BC} + W_{DA} \quad -2$$

۳- دقت کنید در صفحه  $V$  بر حسب  $T$  شیب خطوط گذرنده از مبدأ برابر  $\frac{nR}{P}$  هستند.

$$(PV = nRT \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{nR}{P})$$

$$\frac{\tan 37^\circ}{\tan 53^\circ} = \frac{\frac{nR}{P_{BC}}}{\frac{nR}{P_{DA}}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{P_{DA}}{P_{BC}} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{P_{BC}}{P_{DA}} = \frac{16}{9}$$

$$W_{\text{هم‌فشار}} = -P\Delta V \Rightarrow \frac{W_{BC}}{W_{DA}} = \frac{P_{BC}}{P_{DA}} \times \frac{\Delta V_{BC}}{\Delta V_{DA}} \quad -4$$

$$\Rightarrow W_{BC} = -\frac{16}{9} W_{DA} = -\frac{16}{9} \times -900 = +1600 \text{ J}$$

$$W_{\text{کل}} = W_{BC} + W_{DA} = -900 + 1600 = 700 \text{ J} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = -W_{\text{کل}} = -700 \text{ J} \quad -5$$

۹۴

در یک ماشین گرمایی در هر چرخه، ماشین  $2/2 \text{ kJ}$  گرما از منبع گرم دریافت کرده و  $1/8 \text{ kJ}$  گرما را به منبع سرد منتقل می‌کند. بازده این ماشین گرمایی چقدر است؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{11} \text{ (۲)}$$

$$\frac{9}{11} \text{ (۱)}$$

پاسخ

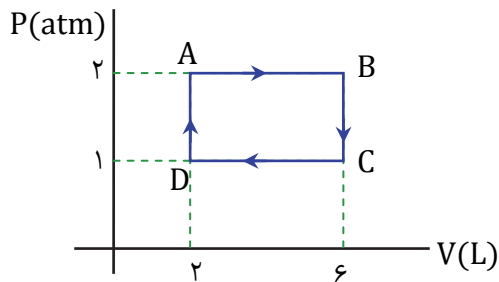


گزینه صحیح ۲

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = \frac{2/2 - 1/8}{2/2} = \frac{2}{11}$$

۹۵

چرخه نشان داده شده در شکل مربوط به یک ماشین گرمایی است. اگر تغییر انرژی درونی گاز در فرایند AB و DA به ترتیب  $1200 \text{ J}$  و  $300 \text{ J}$  باشد، بازده این ماشین گرمایی چقدر است؟



$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

$$\frac{7}{23} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{23} \text{ (۴)}$$

پاسخ



گزینه صحیح ۴

۱- بررسی فرایند AB: (این فرایند هم‌فشار است.)

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} \Rightarrow 1200 = Q_{AB} - 800$$

$$Q_{AB} = 2000 \text{ J}$$

۲- بررسی فرایند DA: (این فرایند هم‌حجم است.)

$$\Delta U_{DA} = Q_{DA} = 300 \text{ J}$$

-۳

$$|W_{\text{کل}}| = \text{سطح داخل چرخه} = [(2 - 1) \times 10^5] \times (6 - 2) \times 10^{-3} = 400 \text{ J}$$

-۴

$$\eta = \frac{|W_{\text{کل}}|}{Q_H} = \frac{|W_{\text{کل}}|}{Q_{DA} + Q_{AB}} = \frac{400}{300 + 2000} = \frac{4}{23}$$



۹۶

در مورد ماشین‌های گرمایی چند عبارت از عبارت‌های داده شده درست است؟

- (الف) ماشین بخار وات یک ماشین گرمایی برون‌سوز است.  
 (ب) نسبت تراکم در یک موتور بنزینی برابر نسبت حداقل حجم استوانه سیلندر به حداکثر حجم استوانه سیلندر است.  
 (پ) نحوه طراحی ماشین گرمایی باید به گونه‌ای باشد که دستگاه با پیمودن چند فرایند معین به حالت اولیه خود بازگردد.  
 (ت) ماشین نیوکامن از نوع ماشین‌های گرمایی برون‌سوز و ماشین استرلینگ از نوع ماشین‌های گرمایی درون‌سوز است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ



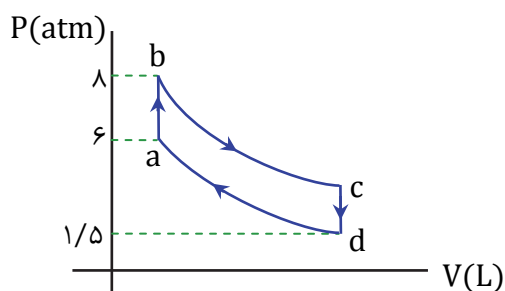
فیلم

گزینه صحیح ۳

عبارت‌های الف، ب و پ درست هستند در مورد عبارت ت دقت کنید هم ماشین نیوکامن و هم ماشین استرلینگ که نوع روزآمدتر ماشین نیوکامن است ماشین برون‌سوز محسوب می‌شوند.

۹۷

شکل زیر چرخه یک ماشین گرمایی است که فرایند da در آن همدماست. ضریب (نسبت) تراکم در این چرخه کدام است؟

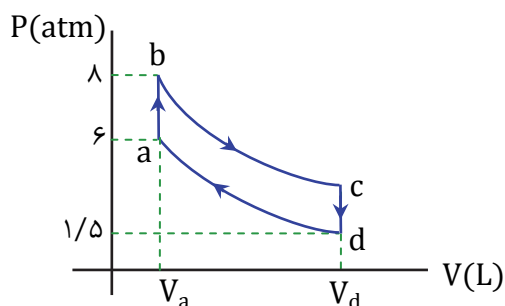
①  $\frac{3}{4}$ ②  $\frac{1}{4}$ ③  $\frac{3}{16}$ ④  $\frac{1}{6}$ 

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲



$$\begin{cases} r = \frac{V_a}{V_d} \\ \frac{P_a V_a}{T_a} = \frac{P_d V_d}{T_d} \xrightarrow{T_a = T_d} \frac{V_a}{V_d} = \frac{P_d}{P_a} \end{cases} \Rightarrow r = \frac{P_d}{P_a} = \frac{1/5}{6} = \frac{1}{6}$$



در کدام گزینه مشخصات ذکر شده برای عملکرد ماشین گرمایی قوانین ترمودینامیک را نقض نمی‌کند؟

①  $W = -250\text{J}$  ،  $Q_L = 50\text{J}$  ،  $Q_H = 200\text{J}$

②  $W = -100\text{J}$  ،  $Q_L = -50\text{J}$  ،  $Q_H = 200\text{J}$

③  $W = -200\text{J}$  ،  $Q_L = 0$  ،  $Q_H = 200\text{J}$

④  $W = -20\text{J}$  ،  $Q_L = -180\text{J}$  ،  $Q_H = 200\text{J}$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

۱- ابتدا دقت کنید:

الف) باید  $Q_H$  با مجموع قدرمطلق  $Q_L$  و  $W$  برابر باشد در غیر این صورت قانون اول نقض گردیده است:

$$Q_H = |W| + |Q_L| \text{ (قانون اول)}$$

ب) در ماشین گرمایی  $Q_L$  نمی‌تواند صفر باشد.

۲- بررسی گزینه‌ها:

الف) گزینه «۱» غلط است.  $Q_L$  باید منفی باشد یا به عبارت دیگر چون هم  $Q_H$  و هم  $Q_L$  مثبت‌اند

این ماشین فقط گرما گرفته و بدون تلفات کار انجام داده است. (قانون دوم نقض شده)

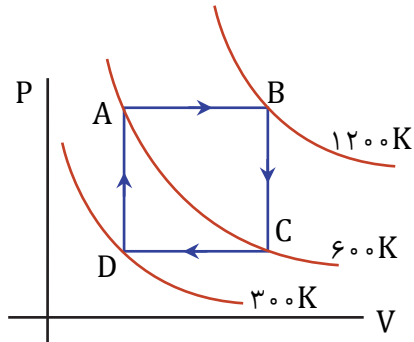
ب) گزینه «۲» مجموع قدرمطلق  $Q_L$  و  $W$  برابر با  $Q_H$  نیست. (قانون اول نقض شده)

پ) در گزینه «۳»  $Q_L$  نمی‌تواند صفر باشد زیرا منجر به نقض قانون دوم می‌شود.

ت) در گزینه «۴» نه قانون اول و نه قانون دوم هیچ‌کدام نقض نشده‌اند.



شکل زیر نمودار  $(P - V)$  مربوط به چرخه ماشین گرمایی است که شامل ۲ مول گاز کامل است.  $Q_H + Q_L$  در این ماشین گرمایی چند ژول است؟  $(R = 8 \text{ J/mol.K})$



۱)  $-14400$

۲)  $14400$

۳)  $-4800$

۴)  $4800$

پاسخ



گزینه صحیح ۴

۱- ابتدا دقت کنید که  $Q_L$  از جهت ترمودینامیکی مقداری است منفی و در واقع می‌توان گفت  $Q_H + Q_L$  کل گرمای مبادله شده با گاز در طی چرخه است. میدانیم در هر چرخه گرمای کل و کار کل قرینه هم‌دیگرند یعنی:

$$Q_H = |Q_L| + |W| \xrightarrow{Q_L < 0} Q_H + Q_L = Q_{\text{کل}} = -W_{\text{کل}}$$

۲- پس در واقع باید کار کل چرخه را حساب کنیم:

$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + W_{CD} + \cancel{W_{DA}} \xrightarrow{\text{DA و BC هم حجم}} \rightarrow$$

$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + W_{CD} \xrightarrow[\text{AB و CD هم فشار}]{W_{\text{هم فشار}} = -P\Delta V = -nR\Delta T} \rightarrow$$

$$W_{\text{کل}} = -2 \times 8 ((T_B - T_A) + (T_D - T_C))$$

$$= -16((1200 - 600) + (300 - 600)) = -4800 \text{ J}$$

$$Q_H + Q_L = -W = 4800 \text{ J}$$



توان مصرفی یک کولر گازی  $2000\text{ W}$  و نسبت گرمایی که از محیط می گیرد به انرژی الکتریکی که می گیرد برابر ۴ است. این کولر گازی در هر ساعت چند مگاژول گرما به فضای بیرون می دهد؟

۲/۱۶ (۴)

۳/۶ (۳)

۲۱/۶ (۲)

۳۶ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۱

۱- در کولر گازی انرژی الکتریکی در موتور به  $W$  (کار) تبدیل می شود. پس مقدار کار را در یک ساعت حساب می کنیم.

$$W = P \times t = 2 \times 10^3 \times 3600 = 7/2 \times 10^6 \text{ J}$$

-۲

$$\frac{Q_L}{W} = 4 \xrightarrow{W=7/2\text{ MJ}} Q_L = 28/8 \text{ MJ}$$

-۳

$$|Q_H| = Q_L + W = 28/8 + 7/2 = 36 \text{ MJ}$$

# شیمی

| شماره سوال | درس      | فصل                              | واحد یادگیری                                                                                                          | زیر واحد یادگیری                            | حیطه شناختی |
|------------|----------|----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-------------|
| ۱۰۱        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | واکنش‌های شیمیایی و قانون پایستگی جرم / موازنه کردن معادله واکنش‌های شیمیایی                                          | موازنه کردن واکنش‌ها                        | پیشرفته     |
| ۱۰۲        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای / شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره / اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره | اثر گلخانه‌ای                               | مقدماتی     |
| ۱۰۳        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای / شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره / اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره | شیمی سبز / سوخت‌ها                          | پیشرفته     |
| ۱۰۴        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای / شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره / اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره | شیمی سبز / سوخت‌ها                          | پیشرفته     |
| ۱۰۵        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای / شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره / اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره | شیمی سبز / سوخت‌ها                          | مقدماتی     |
| ۱۰۶        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای / شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره / اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره | اوزون در هواکره                             | پیشرفته     |
| ۱۰۷        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای / شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره / اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره | اوزون در هواکره                             | پیشرفته     |
| ۱۰۸        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت                                         | استوکیومتری حجمی در گازها                   | پیشرفته     |
| ۱۰۹        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت                                         | استوکیومتری حجمی در گازها                   | پیشرفته     |
| ۱۱۰        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت                                         | شرایط STP گازها / قانون آووگادرو            | پیشرفته     |
| ۱۱۱        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت                                         | شرایط STP گازها / قانون آووگادرو            | پیشرفته     |
| ۱۱۲        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت                                         | شرایط STP گازها / قانون آووگادرو            | پیشرفته     |
| ۱۱۳        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت                                         | تولید آمونیاک و روش هابر                    | مقدماتی     |
| ۱۱۴        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت                                         | تولید آمونیاک و روش هابر                    | پیشرفته     |
| ۱۱۵        | شیمی (۱) | فصل ۲: ردپای گازها در زندگی      | رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت                                         | رفتار گازها / حجم گاز / فشار گاز / دمای گاز | مقدماتی     |
| ۱۱۶        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | اسیدها و بازها                                                                                                        | مدل اسید و باز آرنیوس                       | پیشرفته     |
| ۱۱۷        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | رسانایی الکتریکی محلول‌ها و قدرت اسیدی                                                                                | محلول‌های الکترولیت و غیرالکترولیت          | پیشرفته     |
| ۱۱۸        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | رسانایی الکتریکی محلول‌ها و قدرت اسیدی                                                                                | محلول‌های الکترولیت و غیرالکترولیت          | پیشرفته     |

برای مشاهده فیلم روش حل،  فیلم را لمس نمایید.

سرگروه دیپارتمان شیمی: جناب آقای مهداد ملاصالحی

# شیمی

| شماره سوال | درس      | فصل                              | واحد یادگیری                           | زیر واحد یادگیری                      | حیطه شناختی |
|------------|----------|----------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------|-------------|
| ۱۱۹        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | رسانایی الکتریکی محلول‌ها و قدرت اسیدی | درجه یونش و مسائل مربوط به آن         | پیشرفته     |
| ۱۲۰        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | رسانایی الکتریکی محلول‌ها و قدرت اسیدی | اسیدهای قوی و اسیدهای ضعیف            | پیشرفته     |
| ۱۲۱        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | ثابت تعادل و قدرت اسیدی                | ثابت یونش اسیدها و قدرت اسیدی         | مقدماتی     |
| ۱۲۲        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | ثابت تعادل و قدرت اسیدی                | ثابت یونش اسیدها و قدرت اسیدی         | مقدماتی     |
| ۱۲۳        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | ثابت تعادل و قدرت اسیدی                | ثابت یونش اسیدها و قدرت اسیدی         | مقدماتی     |
| ۱۲۴        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | ثابت تعادل و قدرت اسیدی                | ثابت یونش اسیدها و قدرت اسیدی         | پیشرفته     |
| ۱۲۵        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن | تعریف pH و گستره آن                   | پیشرفته     |
| ۱۲۶        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن | محاسبه‌های pH و مسائل عددی آن         | مقدماتی     |
| ۱۲۷        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | اسیدها و بازها                         | اسیدها و بازها                        | پیشرفته     |
| ۱۲۸        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن | محاسبه‌های pH و مسائل عددی آن         | مقدماتی     |
| ۱۲۹        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن | محاسبه‌های pH و مسائل عددی آن         | پیشرفته     |
| ۱۳۰        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن | محاسبه‌های pH و مسائل عددی آن         | پیشرفته     |
| ۱۳۱        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | بازها محلول‌هایی با pH بین ۷ و ۱۴      | محاسبه pH در محلول بازی               | پیشرفته     |
| ۱۳۲        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | بازها محلول‌هایی با pH بین ۷ و ۱۴      | محاسبه pH در محلول بازی               | پیشرفته     |
| ۱۳۳        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | بازها محلول‌هایی با pH بین ۷ و ۱۴      | بازهای قوی و ضعیف                     | مقدماتی     |
| ۱۳۴        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | شوینده‌های خورنده چگونه عمل می‌کنند؟   | واکنش خنثی شدن اسید و باز             | مقدماتی     |
| ۱۳۵        | شیمی (۳) | فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی | شوینده‌های خورنده چگونه عمل می‌کنند؟   | پاک‌کننده‌های خورنده / ضداسیدهای معده | مقدماتی     |

برای مشاهده فیلم روش حل،  را لمس نمایید.

سرگروه دپارتمان شیمی: جناب آقای مهداد ملاصالحی

۱۰۱. پس از موازنه واکنش:



ضریب استوکیومتری چند ترکیب با هم برابر می شود؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

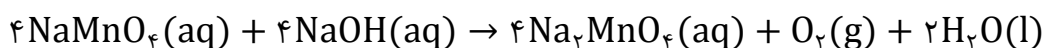
پاسخ



فیلم

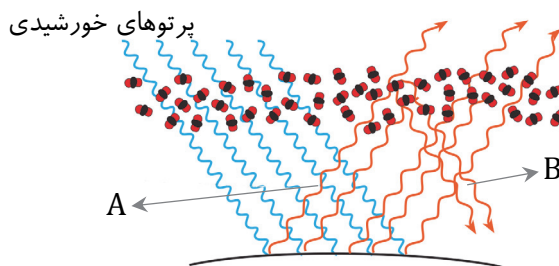
گزینه صحیح ۴

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



همان طور که مشاهده می شود ضریب های سه ترکیب برابر ۴ می باشد.

۱۰۲. با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟



۱. شکل، عملکرد مهم ترین گاز گلخانه ای در برابر تابش خورشیدی را نشان می دهد.

۲. پرتوهای A و B هر دو از یک جنس هستند.

۳. با افزایش مقدار مولکول های گازی که در شکل دیده می شود، دمای زمین هم بالاتر می رود.

۴. بخش عمده پرتوهای خورشیدی در این فرایند به وسیله هواکره جذب می شود.

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره جذب می شوند.

A و B هر دو پرتوهای فروسرخ هستند. A پرتوهای فروسرخ گسیل شده از زمین و B پرتوهای فروسرخ بازتابش شده از مولکول های  $\text{CO}_2$  است.

میدانید

 $\text{CO}_2$  مهم ترین گاز گلخانه ای است.

۱۰۳

چند مورد زیر در شیمی سبز برای کاهش میزان کربن دی اکسید به کار می رود؟

- دفن  $\text{CO}_2$  در چاه های خالی نفت
- واکنش  $\text{CO}_2$  با  $\text{CaO}$  و تبدیل آن به  $\text{CaCO}_3$
- واکنش  $\text{CO}_2$  با  $\text{MgO}$  و تبدیل آن به  $\text{MgCO}_3$
- تولید خودرو با کیفیت سوخت بسیار خوب
- انتقال  $\text{CO}_2$  به بیرون از هواکره

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

چهار مورد اول درست هستند.

انتقال  $\text{CO}_2$  به بیرون از هواکره عملاً امکان پذیر و به صرفه نمی باشد.

۱۰۴

از میان ترکیب های شیمیایی زیر، به ترتیب کدام یک فراورده مشترک سوختن زغال سنگ و گاز طبیعی نمی باشد و کدام یک سوخت سبز محسوب می شود؟

- |                                                   |                 |                                          |
|---------------------------------------------------|-----------------|------------------------------------------|
| $\text{CH}_3\text{OH}$ •                          | $\text{SO}_3$ • | $\text{CO}$ •                            |
| $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ •                 | $\text{SO}_2$ • | $\text{CO}_2$ •                          |
| $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} - \text{SO}_3$ (۲) |                 | $\text{CO} - \text{SO}_2$ (۱)            |
| $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} - \text{SO}_2$ (۴) |                 | $\text{CH}_3\text{OH} - \text{SO}_3$ (۳) |

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴

-  $\text{SO}_2$  فقط از سوختن زغال سنگ تولید می شود و از سوختن گاز طبیعی تولید نمی شود.- اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) و روغن های گیاهی از جمله سوخت های سبز به شمار می آیند.

۱۰۵. در مقایسه سوخت‌های بنزین، زغال‌سنگ، هیدروژن و گاز طبیعی، کدام گزینه نادرست می‌باشد؟

- ۱) با توجه به هزینه‌های بالای حمل و نگهداری هیدروژن، استفاده از آن به عنوان سوخت توجیهی ندارد.
- ۲) بعد از هیدروژن بنزین گران‌ترین قیمت را در میان آن‌ها دارد.
- ۳) زغال‌سنگ بیشترین و هیدروژن کمترین میزان آلاینده‌گی را دارد.
- ۴) بعد از هیدروژن، گاز طبیعی بیشترین گرمای آزاد شده به ازای سوختن یک گرم را دارد.

پاسخ



گزینه صحیح ۱

از دید شیمی سبز و توسعه پایدار با وجود گران بودن استفاده از هیدروژن برای سوخت، بسیاری از کشورها تمایل به استفاده از آن دارند و برخی کشورها برای تولید گاز هیدروژن سرمایه‌گذاری هنگفتی می‌کنند.

۱۰۶. چه تعداد از جمله‌های زیر در مورد اوزون درست است؟

- مقدار اوزون در هواکره ناچیز است اما بیشترین مقدار آن در لایه استراتوسفر است.
- مولکول‌های اوزون مانع از ورود بخش محدودی از تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شوند.
- واکنش‌پذیری اوزون به دلیل سه اتمی بودن آن اندکی از اکسیژن کمتر است.
- تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در اوزون سه برابر تعداد پیوندهای اشتراکی در اکسیژن است.
- اوزون در تروپوسفر ماده‌ای آلاینده، سمی و خطرناک است.

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

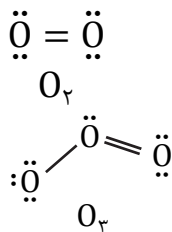
۱ ۱

پاسخ



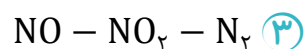
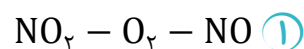
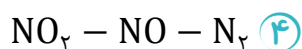
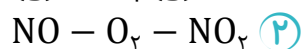
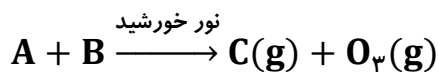
گزینه صحیح ۳

جمله اول درست است.  
جمله دوم نادرست است. مولکول‌های اوزون مانع از ورود بخش عمده‌ای از تابش فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شوند.  
جمله سوم نادرست است. واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بیشتر است.  
جمله چهارم درست است. با توجه به ساختارهای لوویس زیر، اوزون ۶ جفت الکترون ناپیوندی و اکسیژن دو پیوند کووالانسی دارد.



جمله پنجم درست است.

۱۰۷. واکنش زیر چگونگی تولید اوزون در تروپوسفر را نشان می‌دهد. A و B و C به ترتیب از راست به چپ کدام گازها می‌باشند؟



پاسخ

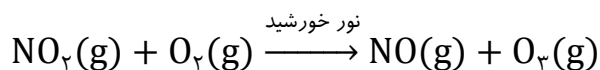


گزینه صحیح ۲

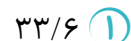
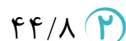
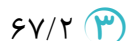
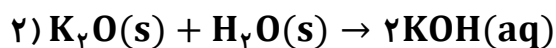
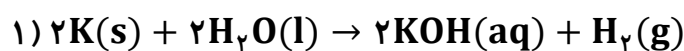


اوزون در تروپوسفر یک آلاینده است. این گاز طی واکنش  $NO_2$  با اکسیژن در مجاورت نور خورشید تولید می‌شود.

واکنش موردنظر به صورت زیر است:



۱۰۸. مخلوطی از پتاسیم و پتاسیم اکسید را با مقدار کافی آب واکنش می‌دهیم. پس از واکنش،  $78/4$  گرم پتاسیم هیدروکسید و  $0/6$  گرم گاز هیدروژن تولید می‌شود. چند گرم پتاسیم هیدروکسید از واکنش دوم تولید شده است؟



پاسخ



گزینه صحیح ۲

با توجه به اینکه گاز هیدروژن از واکنش (۱) تولید می‌شود، می‌توان محاسبه کرد که همراه با تولید  $0/6$  گرم گاز هیدروژن چند گرم  $KOH$  تولید می‌شود:

$$xg \text{ KOH} = 0/6g \text{ H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2g \text{ H}_2} \times \frac{2 \text{ mol KOH}}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{56g \text{ KOH}}{1 \text{ mol KOH}} = 33/6g \text{ KOH}$$

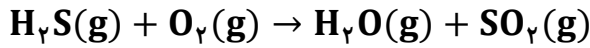
سهم واکنش دوم:

$$78/4 - 33/6 = 44/8g \text{ KOH}$$



۱۰۹. از مصرف ۱۷۰ گرم گاز  $H_2S$  در واکنش سوختن زیر، به تقریب چند لیتر گاز  $SO_2$  تولید می‌شود؟ (چگالی گاز  $SO_2$  در شرایط آزمایش  $1/7 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  می‌باشد).

( $H = 1, O = 16, S = 32: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(معادله واکنش موازنه شود.)

۱۸۸/۲ (۴)

۹۴/۱ (۳)

۴۷ (۲)

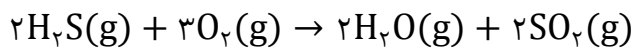
۲۳/۵ (۱)

پاسخ



فیلم

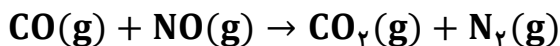
گزینه صحیح ۴



$$xL SO_2 = 170g H_2S \times \frac{1 \text{ mol } H_2S}{34g H_2S} \times \frac{2 \text{ mol } SO_2}{2 \text{ mol } H_2S} \times \frac{64g SO_2}{1 \text{ mol } SO_2} \times \frac{1L SO_2}{1/7g SO_2} \approx 188/2L SO_2$$

۱۱۰. ۳/۳۶ لیتر گاز نیتروژن مونواکسید در شرایط STP دارای چند اتم است و در واکنش با کربن مونواکسید مطابق معادله زیر، چند گرم کربن دی‌اکسید تولید می‌کند؟

( $C = 12, O = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(معادله واکنش موازنه شود.)

۶/۶ -  $9 \times 10^{22}$  (۲)

۶/۶ -  $1/8 \times 10^{23}$  (۱)

۱۳/۲ -  $9 \times 10^{22}$  (۴)

۱۳/۲ -  $1/8 \times 10^{23}$  (۳)

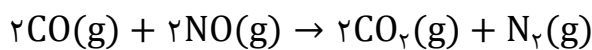
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

معادله موازنه شده:

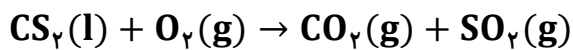
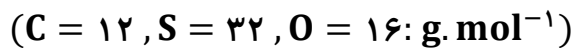


$$x \text{ atm} = 3/36L NO \times \frac{1 \text{ mol } NO}{22/4L NO} \times \frac{2 \text{ mol atm } NO}{1 \text{ mol } NO} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atm}}{1 \text{ mol atm}} = 1/8 \times 10^{23} \text{ atm}$$

$$xg CO_2 = 3/36L NO \times \frac{1 \text{ mol } NO}{22/4L NO} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } NO} \times \frac{44g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 6/6g CO_2$$



۱۱۱. در اثر واکنش ۰/۲۵ مول کربن دی‌سولفید با اکسیژن مطابق معادله موازنه‌نشده زیر در شرایط STP، چند لیتر گاز تولید می‌شود؟



۱۱/۲ (۴)

۵/۶ (۳)

۱۶/۸ (۲)

۸/۴ (۱)

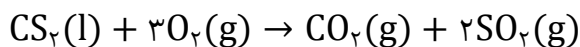
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

معادله موازنه شده به صورت زیر است:



در طی واکنش ۳ مول فراورده گازی تولید می‌شود:

$$xL G = 0.25 \text{ mol } CS_2 \times \frac{3 \text{ mol } G}{1 \text{ mol } CS_2} \times \frac{22.4 L G}{1 \text{ mol } G} = 16.8 L G$$

۱۱۲. از واکنش سوختن ۱۱/۲ گرم از یک هیدروکربن با فرمول  $C_4H_x$  با اکسیژن کافی در شرایط STP، ۱۷/۹۲L گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. x کدام است؟



۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

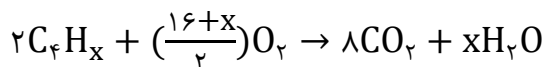
پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

فرمول کلی سوختن ترکیب  $C_4H_x$  را می‌توان به صورت زیر نوشت و موازنه کرد:



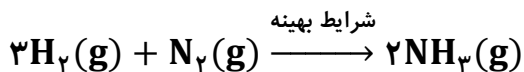
$$\frac{2 \text{ mol}}{x = 0.2 \text{ mol}} = \frac{8 \times 22.4 L CO_2}{17.92 L}$$

جرم هیدروکربن مصرفی را می‌توان محاسبه کرد؛ ابتدا تعداد مول‌های هیدروکربن مصرفی را که جرمی معادل ۱۱/۲ گرم دارد به دست می‌آوریم:

$$xg C_4H_x = 1 \text{ mol } C_4H_x \times \frac{11.2g}{0.2 \text{ mol } C_4H_x} = 56g$$

$$C_4H_x = 56 \Rightarrow (4 \times 12) + (x \times 1) = 56 \Rightarrow x = 8$$

۱۱۳. با توجه به واکنش زیر کدام گزینه نادرست است؟



- ۱) این واکنش در دمای اتاق انجام نمی‌شود ولی در حضور کاتالیزگر مناسب و جرقه پیشرفت می‌کند.
- ۲) فراورده واکنش را می‌توان به عنوان کود به طور مستقیم به خاک تزریق کرد.
- ۳) نقطه جوش سه ماده موجود در واکنش را می‌توان به صورت  $\text{NH}_3 > \text{N}_2 > \text{H}_2$  مقایسه کرد.
- ۴) در صنعت برای تهیه آمونیاک به روش هابر از ورقه آهن به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

گزینه صحیح ۱

پاسخ



گزینه «۱» نادرست است.

واکنش در حضور کاتالیزگر و جرقه هم انجام نمی‌شود.  
آمونیاک به عنوان کود شیمیایی به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.

میدانید

آمونیاک به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری نسبت به  $\text{N}_2$  و  $\text{H}_2$  دارد.

۱۱۴. چه تعداد از ویژگی‌ها و کاربردهای زیر به گاز نیتروژن مربوط می‌شود؟

- نقطه جوش کمتر از  $-150^\circ\text{C}$  دارد.
- برای خنک کردن قطعات الکترونیکی به کار می‌رود.
- به آن محیط بی‌اثر در جوشکاری می‌گویند.
- برای پر کردن تایر خودروها، کارایی بیشتری نسبت به هوا دارد.
- واکنش پذیری ناچیزی دارد.
- دارای سه پیوند کووالانسی در مولکول دو اتمی خود است.

۵ ۴

۳

۲

۱

گزینه صحیح ۳

پاسخ



جمله اول: درست است. نقطه جوش نیتروژن  $-196^\circ\text{C}$  است.

جمله دوم: نادرست است. برای این کار از گاز هلیوم استفاده می‌شود.

جمله سوم نادرست است. به نیتروژن جو بی‌اثر می‌گویند. از گاز آرگون برای محیط بی‌اثر در جوشکاری استفاده می‌شود.

جمله چهارم درست است.

جمله پنجم درست است.

$\text{N} \equiv \text{N}$ :

جمله ششم درست است. مدل لوویس نیتروژن به شکل مقابل است:

۱۱۵. بین حجم یک نمونه گاز و دمای آن در فشار ثابت رابطه ..... وجود دارد. برای توصیف یک نمونه گاز افزون بر مقدار آن باید ..... و ..... آن نیز مشخص باشد.

- ① مستقیم - حجم - فشار  
 ② مستقیم - دما - فشار  
 ③ وارونه - حجم - فشار  
 ④ وارونه - دما - فشار

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

بین حجم یک گاز و دمای آن در فشار ثابت رابطه مستقیم وجود دارد. در توصیف یک نمونه گاز مقدار دما و فشار آن باید بیان شود.

۱۱۶. در تعریف اسید از نظر آرنیوس چند عبارت زیر نادرست است؟  
 • آب خالص فاقد یون  $H_3O^+$  است و اسید آرنیوس ماده‌ای است که با حل شدن در آب تولید یون  $H_3O^+$  می‌کند.

- یون  $H^+$  در پیوند با مولکول‌های آب به یون هیدرید ( $H_3O^+$ ) تبدیل می‌شود.
- تمام اکسیدهای نافلزی در مدل آرنیوس اکسید اسیدی محسوب می‌شوند و غلظت یون  $H_3O^+$  آب را افزایش می‌دهند.
- $HCl$  اسید آرنیوس است زیرا در اثر حل شدن در آب قسمتی از مولکول‌های آن یونش یافته و باعث افزایش غلظت  $H_3O^+$  آب می‌شود.

۱ ④

۲ ③

۳ ②

۴ ①

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

جمله اول نادرست است. آب دارای یون‌های  $H_3O^+$  و  $OH^-$  است و با انحلال اسید در آب غلظت  $H_3O^+$  افزایش می‌یابد.

جمله دوم نادرست است. به یون  $H_3O^+$  یون هیدرونیوم می‌گوییم.

جمله سوم نادرست است. برخی اکسیدهای نافلزی که در آب حل می‌شوند و یون  $H_3O^+$  می‌سازند، اسید آرنیوس نامیده می‌شوند.

جمله چهارم نادرست است.  $HCl$  با انحلال در آب به طور کامل یونش می‌یابد و اسید قوی محسوب می‌شود.



در مورد میزان رسانایی الکتریکی سه محلول زیر که در دمای یکسان قرار دارند، کدام

مقایسهٔ نسبی زیر به درستی صورت گرفته است؟

آ) محلول ۰/۵ مولار سدیم کلرید

ب) محلول ۰/۷ مولار هیدروکلریک اسید

پ) محلول ۰/۴ مولار کلسیم کلرید

۲)  $\text{ب} < \text{پ} < \text{آ}$

۱)  $\text{آ} < \text{ب} < \text{پ}$

۴)  $\text{پ} < \text{آ} < \text{ب}$

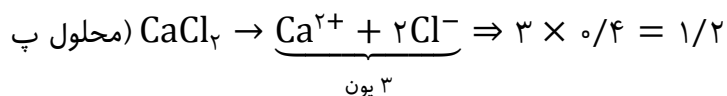
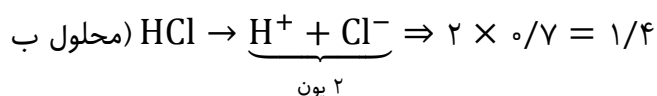
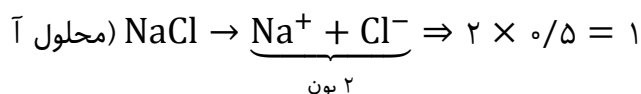
۳)  $\text{پ} < \text{ب} < \text{آ}$

گزینهٔ صحیح ۲

پاسخ



در محلول‌های الکترولیت قوی میزان رسانایی الکتریکی محلولی بیشتر است که مقدار حاصل ضرب غلظت مولی محلول در تعداد یون‌های حاصل از تفکیک یونی ترکیب، بیشتر باشد.



محلول ب < محلول پ < محلول آ

۱۱۸. چه تعداد از مواد داده شده زیر، در حالت محلول در آب، محلول الکترولیت قوی می‌باشند؟

- ساکاروز
  - پتاسیم یدید
  - متانول
  - فرمیک اسید
  - هیدروفلوئوریک اسید
  - فروکتوز
  - اتانول
  - هیدروبرومیک اسید
- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

گزینه صحیح ۲

میدانید

پاسخ



الکترولیت‌های قوی الکترولیت‌هایی هستند که هنگام انحلال در آب به طور کامل یا به طور عمده تفکیک و به یون تبدیل می‌شوند. اسیدهای قوی - بازهای قوی و نمک‌های محلول در آب از این جمله می‌باشند.

| الکترولیت قوی         | الکترولیت ضعیف          | غیرالکترولیت                                               |
|-----------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------|
| پتاسیم یدید (KI)      | فرمیک اسید (HCOOH)      | ساکاروز (C <sub>۱۲</sub> H <sub>۲۲</sub> O <sub>۱۱</sub> ) |
| هیدروبرمیک اسید (HBr) | هیدروفلوئوریک اسید (HF) | متانول (CH <sub>۳</sub> OH)                                |
|                       |                         | اتانول (C <sub>۲</sub> H <sub>۵</sub> OH)                  |
|                       |                         | فروکتوز (C <sub>۶</sub> H <sub>۱۲</sub> O <sub>۶</sub> )   |

۱۱۹. با غلیظ‌تر شدن محلول یک اسید ضعیف در دمای ثابت:

- ۱) درجه یونش اسید کاهش می‌یابد.
- ۲) درجه یونش اسید افزایش می‌یابد.
- ۳) مقدار درجه یونش اسید ثابت بوده و تغییری نمی‌کند.
- ۴) ابتدا افزایش یافته سپس ثابت می‌ماند.

گزینه صحیح ۱

بدانید

پاسخ



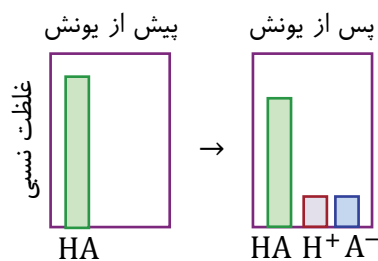
درجه یونش یک اسید ضعیف در دمای ثابت با غلظت آن رابطه وارونه دارد.

در اسیدهای ضعیف با  $K_a$  کوچک میان ثابت یونش ( $K_a$ )، غلظت اسید ( $M$ ) و درجه یونش آن ( $\alpha$ ) رابطه زیر برقرار است:

$$K_a = M \cdot \alpha^2$$

$K_a$  در دمای معین ثابت است. پس می‌توان گفت هر چه  $M$  زیادتر شود،  $\alpha$  کاهش می‌یابد تا حاصل ضرب آن‌ها ( $K_a$ )، ثابت بماند.

۱۲۰. با توجه به شکل داده شده، چند عبارت درست بیان شده است؟



- شکل می‌تواند مربوط به هیدروسیانیک اسید باشد.
- HA دارای درجه یونش کمتر از یک و درصد یونشی کمتر از ۱۰۰ می‌باشد.
- اگر غلظت HA قبل از یونش و غلظت A<sup>-</sup> بعد از یونش اسید، به ترتیب برابر ۰/۱ و ۰/۰۰۲ مول بر لیتر باشد، غلظت تعادلی HA برابر ۰/۹۸ مول بر لیتر خواهد بود.
- HA را می‌توان یک الکترولیت ضعیف دانست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ

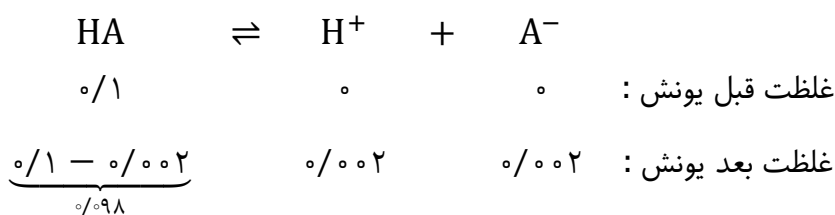


گزینه صحیح ۳

جمله اول درست است. نمودار، یونش یک اسید ضعیف را نشان می‌دهد که HCN هم از جمله آن‌ها می‌باشد.

جمله دوم درست است. در اسیدهای ضعیف  $\alpha < 1$  و درصد آن کمتر از ۱۰۰ خواهد بود.

جمله سوم نادرست است. مقدار غلظت تعادلی HA برابر ۰/۹۸ مول بر لیتر خواهد بود:



جمله چهارم درست است. همه اسیدهای ضعیف الکترولیت ضعیف می‌باشند.

۱۲۱. غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۱ مولار استیک اسید برابر  $1/42 \times 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$

می‌باشد. یکای ثابت یونش و درصد یونش این اسید به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱/۴۲٪ -  $\text{mol. L}^{-1}$  ۲

۱/۴۲٪ -  $\text{mol}^2. \text{L}^{-2}$  ۱

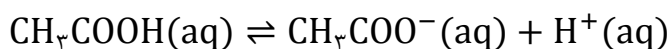
۰/۷٪ -  $\text{mol}^2. \text{L}^{-2}$  ۴

۰/۷٪ -  $\text{mol. L}^{-1}$  ۳

پاسخ



گزینه صحیح ۲



$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{(\text{mol. L}^{-1})^2}{(\text{mol. L}^{-1})} = \text{mol. L}^{-1}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \times 100 = \frac{1/42 \times 10^{-3}}{10^{-1}} \times 100 = 1/42\%$$

۱۲۲. در دمای ثابت، در محلولی از HF با غلظت ۰/۵ مولار، درجه یونش برابر ۰/۲ می‌باشد. ثابت

یونش HF در این دما کدام است؟

$2/5 \times 10^{-2}$  ۴

$2 \times 10^{-3}$  ۳

$2 \times 10^{-4}$  ۲

$2/5 \times 10^{-3}$  ۱

پاسخ



گزینه صحیح ۴

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HF}]} \Rightarrow 0/2 = \frac{x}{0/5} \Rightarrow [\text{H}^+] = 0/1 \text{ mol. L}^{-1}$$



قبل یونش: ۰/۵                      ۰                      ۰

بعد یونش:  $\underbrace{0/5 - 0/1}_{0/4}$                       ۰/۱                      ۰/۱

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{F}^-]}{[\text{HF}]} = \frac{0/1 \times 0/1}{0/4} = 0/025 = 2/5 \times 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$



۱۲۳

در محلولی از هیدروفلوئوریک اسید با غلظت تعادلی  $1 \text{ mol. L}^{-1}$  در دمای  $25^\circ\text{C}$ ، غلظت یون فلئورید برابر  $10^{-2} \times \frac{2}{43} \text{ mol. L}^{-1}$  است. مقدار تقریبی ثابت یونش این اسید و یکای آن در این دما به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$\text{mol}^2. \text{L}^{-2} - 5/9 \times 10^{-4} \quad \text{①} \quad \text{mol. L}^{-1} - 2/43 \times 10^{-2} \quad \text{②}$$

$$\text{mol}^2. \text{L}^{-2} - 2/43 \times 10^{-2} \quad \text{③} \quad \text{mol. L}^{-1} - 5/9 \times 10^{-4} \quad \text{④}$$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۴



میدانید

در اسیدهای یک پروتون دار (HA) با توجه به یکسان بودن ضریب استوکیومتری  $\text{H}^+$  و  $\text{A}^-$ ، غلظت تعادلی این دو گونه با هم برابر است.

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{F}^-]}{[\text{HF}]} = \frac{(2/43 \times 10^{-2}) \times (2/43 \times 10^{-2})}{1} \approx 5/9 \times 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$$

با توجه به ساده شدن یکای  $\text{mol. L}^{-1}$  از بالا و پایین کسر، یکای  $K_a$ ،  $\text{mol. L}^{-1}$  خواهد بود.

۱۲۴

کدام دو مقایسه در رابطه با مقدار ثابت یونش اسیدهای داده شده در دمای اتاق نادرست است؟

آ) نیترو اسید > هیدروفلوئوریک اسید

ب) استیک اسید > کربنیک اسید

پ) استیک اسید > فرمیک اسید

ت) نیترو اسید > استیک اسید

④ ب و پ

③ آ و ب

② پ و ت

① ب و ت

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

در مقایسه مقدار ثابت یونش اسیدها ( $K_a$ ) کربنیک اسید کمتر از استیک اسید و ( $K_a$ ) استیک اسید کمتر از نیترو اسید می باشد و به این ترتیب مقایسه های «ب» و «ت» نادرست می باشد.

۱۲۵. چند مقایسه از pH های سامانه های داده شده نادرست است؟

- pH شیر ترش شده < خون
- pH خاکی که گل ادریسی در آن به رنگ قرمز است < بزاق دهان
- pH معده در حالت استراحت < روده کوچک
- pH خون < بیشترین مقدار pH دهان

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

مقایسه اول نادرست است. شیر ترش شده اسیدی و pH کمتر از ۷ دارد درحالی که خون pH ۷/۴ دارد. مقایسه دوم درست است. خاکی که pH بیشتر از ۷ دارد و بازی است باعث رشد گل ادریسی به رنگ قرمز می شود و pH دهان ۷/۱ - ۵/۲ است. مقایسه سوم نادرست است. معده اسیدی است و pH ۱/۸ - ۱/۶ دارد. روده pH = ۸/۵ دارد. مقایسه چهارم درست است. pH خون ۷/۴ و pH دهان در بیشترین حالت ۷/۱ است.

۱۲۶. محلول (آ) دارای pH = ۲/۱۵ و محلول (ب) دارای غلظت یون  $\text{OH}^-$  برابر  $2 \times 10^{-6}$  مول

بر لیتر می باشد. نسبت غلظت یون هیدرونیوم محلول (آ) به محلول (ب) کدام است؟

( $\log 7 = 0.85$ )

۷/۴ × ۱۰<sup>-۶</sup> (۲)۶/۳ × ۱۰<sup>-۲</sup> (۱)۱/۵ × ۱۰<sup>-۲</sup> (۴)۱/۴ × ۱۰<sup>-۶</sup> (۳)

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۳

(آ) محلول:  $\text{pH} = 2.15 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$

$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2.15} = 10^{-3} \times 10^{-0.85} = 7 \times 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$

(ب) محلول:  $[\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-6} \text{ mol. L}^{-1}$

$\Rightarrow [\text{H}^+]. [\text{OH}^-] = 10^{-14}$

$\Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-6}} = 0.5 \times 10^{-8} = 5 \times 10^{-9} \text{ mol. L}^{-1}$

$\frac{[\text{H}_3\text{O}^+](\text{آ})}{[\text{H}_3\text{O}^+](\text{ب})} = \frac{7 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-9}} = 1.4 \times 10^6$

۱۲۷. در دمای  $25^{\circ}\text{C}$  در محلولی، غلظت  $[\text{OH}^-]$ ،  $8 \times 10^{-3}$  برابر غلظت یون هیدرونیوم است. در  $100$  میلی‌لیتر از این محلول به تقریب چند مول یون هیدرونیوم وجود دارد؟

$$(\sqrt{5} \approx 2/2)$$

$$15 \times 10^{-10} \quad (۴)$$

$$15 \times 10^{-11} \quad (۳)$$

$$11 \times 10^{-10} \quad (۲)$$

$$11 \times 10^{-11} \quad (۱)$$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

$$\begin{cases} [\text{H}^+].[\text{OH}^-] = 10^{-14} \\ [\text{OH}^-] = 8 \times 10^{-3}[\text{H}^+] \end{cases}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] \times 8 \times 10^{-3} \cdot [\text{H}^+] = 10^{-14}$$

$$[\text{H}^+]^2 = \frac{10^{-14}}{8 \times 10^{-3}} = 125 \times 10^{-20}$$

$$[\text{H}^+] = \sqrt{125 \times 10^{-20}} = \sqrt{125} \times 10^{-10}$$

$$= 5\sqrt{5} \times 10^{-10} = 11 \times 10^{-10} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{x \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = 11 \times 10^{-10}$$

$$x = 11 \times 10^{-11} \text{ mol H}^+$$

۱۲۸. به یک لیتر آب خالص، چند میلی گرم  $\text{HNO}_3$  اضافه کنیم تا pH آن از ۷ به ۳ برسد؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید.)

$$(\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g. mol}^{-1})$$

$$630 \quad (۴)$$

$$6/3 \quad (۳)$$

$$63 \quad (۲)$$

$$0/63 \quad (۱)$$

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۲

$$\text{pH} = 3 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

با توجه به اینکه  $\text{HNO}_3$  یک اسید قوی می‌باشد، داریم:

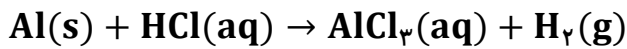
$$[\text{H}^+] = \frac{x \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 10^{-3} \Rightarrow x = 10^{-3} \text{ mol HNO}_3$$

$$x \text{ mg HNO}_3 = 10^{-3} \text{ mol HNO}_3 \times \frac{63 \text{ g HNO}_3}{1 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{1000 \text{ mg HNO}_3}{1 \text{ g HNO}_3} = 63 \text{ mg HNO}_3$$



۱۲۹. ۰/۵ لیتر محلول HCl با  $\text{pH} = ۱/۴$ ، با چند گرم فلز Al مطابق واکنش زیر به طور کامل واکنش می دهد؟

$$(\log 2 = ۰/۳) \quad (\text{Al} = ۲۷ \text{g. mol}^{-1})$$



(معادله واکنش موازنه شود.)

۳/۶ (۴)

۰/۱۸ (۳)

۵/۴ (۲)

۲/۷ (۱)

پاسخ



گزینه صحیح ۳

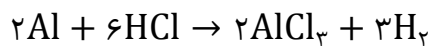
ابتدا به کمک pH تعداد مول های HCl در نیم لیتر محلول را به دست می آوریم:

$$\text{pH} = ۱/۴$$

$$[\text{H}^+] = ۱۰^{-\text{pH}} = ۱۰^{-۱/۴} = ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{۰/۶}$$

$$= ۴ \times ۱۰^{-۲} \text{mol. L}^{-1} = M_{\text{HCl}}$$

$$\text{mmol HCl} = ۰/۵ \text{L HCl} \times \frac{۴ \times ۱۰^{-۲} \text{mol HCl}}{۱ \text{L HCl}} = ۲ \times ۱۰^{-۲} \text{mol HCl}$$



$$\text{mg Al} = ۲ \times ۱۰^{-۲} \text{mol HCl} \times \frac{۲ \text{mol Al}}{۶ \text{mol HCl}} \times \frac{۲۷ \text{g Al}}{۱ \text{mol Al}} = ۰/۱۸ \text{g Al}$$

۱۳۰. محلولی از فرمیک اسید با غلظت ۰/۰۵ مولار در دمای اتاق دارای  $\text{pH} = ۲$  می باشد. ثابت یونس آن در دمای اتاق کدام است؟

$۴ \times ۱۰^{-۱}$  (۲)

$۲ \times ۱۰^{-۳}$  (۱)

$۲/۵ \times ۱۰^{-۳}$  (۴)

$۳/۲ \times ۱۰^{-۴}$  (۳)

پاسخ



گزینه صحیح ۴

$$[\text{H}^+] = ۱۰^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = ۱۰^{-۲} = [\text{HCOO}^-]$$



$$[\text{HCOOH}] = ۰/۰۵ - ۰/۰۱ = ۰/۰۴ \text{mol. L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} = \frac{(۱۰^{-۲}) \times (۱۰^{-۲})}{۴ \times ۱۰^{-۲}} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۳} \text{mol. L}^{-1}$$

۱۳۱. pH محلولی از پتاسیم هیدروکسید که در هر ۲۵ میلی لیتر از آن ۳۵ میلی گرم از این ماده وجود دارد، کدام است؟

$$(\log 2 = 0.3)$$

$$(K = 39, O = 16, H = 1: g. mol^{-1})$$

$$12/4 \text{ (۴)}$$

$$11/4 \text{ (۳)}$$

$$12/6 \text{ (۲)}$$

$$11/6 \text{ (۱)}$$

پاسخ



گزینه صحیح ۴

$$x \text{ mol KOH} = 35 \text{ mg} \times \frac{1 \text{ g KOH}}{1000 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} = 6/25 \times 10^{-4} \text{ mol KOH}$$

$$[OH^-] = \frac{6/25 \times 10^{-4} \text{ mol}}{25 \times 10^{-3} \text{ L}} = 2/5 \times 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$[H^+]. [OH^-] = 10^{-14}$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{2/5 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-13}$$

$$pH = -\log(4 \times 10^{-13}) = 13 - \underbrace{\log 4}_{0.6} = 12/4$$

۱۳۲. pH محلول  $4 \times 10^{-4}$  مول بر لیتر باریم هیدروکسید در آب در دمای  $25^\circ\text{C}$  کدام است؟

$$11/8 \text{ (۴)}$$

$$10/8 \text{ (۳)}$$

$$11/9 \text{ (۲)}$$

$$10/9 \text{ (۱)}$$

پاسخ



گزینه صحیح ۱



$$[OH^-] = 2[\text{Ba(OH)}_2]$$

$$= 2 \times (4 \times 10^{-4}) = 8 \times 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$pOH = -\log(8 \times 10^{-4}) = 4 - \log 8 = 4 - \underbrace{\log 2^3}_{0.9} = 3/1$$

$$pH = 14 - 3/1 = 10/9$$

### ۱۳۳. درباره آمونیاک و محلول آن کدام عبارت نادرست است؟

- ۱) در آب به صورت عمده به شکل مولکولی و به کمک پیوند هیدروژنی حل می‌شود.
- ۲) محلول یک مولار آن در دمای یکسان، pH و  $[H_3O^+]$  کمتری نسبت به محلول یک مولار سود سوزآور دارد.
- ۳) در واکنش با آب، برخی مولکول‌های  $NH_3$  به یون  $NH_4^+$  و  $OH^-$  تبدیل می‌شوند.
- ۴) به کار بردن محلول آن برای لوله بازکن مناسب نمی‌باشد.

پاسخ



گزینه صحیح ۲

آمونیاک نسبت به NaOH باز ضعیف‌تری است و  $[OH^-]$  در محلول آن نسبت به  $[OH^-]$  در محلول NaOH (با غلظت‌های یکسان)، کمتر و در نتیجه  $[H_3O^+]$  در محلول آمونیاک بیشتر است.

### ۱۳۴. کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- آ) هر چه ثابت یونش یک باز بزرگ‌تر باشد، قدرت بازی آن کمتر است.
  - ب) محلول جوش شیرین در آب دارای pH کمتر از ۷ است.
  - پ) در واکنش محلول هیدروکلریک اسید با محلول سود، یون‌های  $Na^+$  و  $Cl^-$  دست‌نخورده باقی می‌مانند.
  - ت) افزودن جوش شیرین به شوینده‌ها، قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها را افزایش می‌دهد.
- ۱) آ و ب      ۲) ب و ت      ۳) آ و پ      ۴) پ و ت

پاسخ

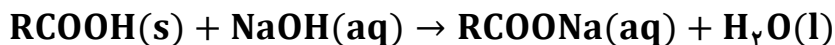


گزینه صحیح ۱

آ) نادرست است. هر چه  $(K_b)$  یا ثابت یونش یک باز بزرگ‌تر باشد میزان یونش و  $[OH^-]$  در آن بیشتر و باز قوی‌تر می‌باشد.

ب) نادرست است. جوش شیرین یک خنثی‌کننده اسید است و دارای خاصیت بازی می‌باشد و محلول آن pH بزرگ‌تر از ۷ دارد.

۱۳۵ با توجه به واکنش:



کدام گزینه، نادرست است؟

- ۱) عملکرد واکنش باز کردن لوله‌های صنعتی که با موادی با خاصیت بازی مسدود شده‌اند را نشان می‌دهد.
- ۲) عملکرد نوعی شوینده خورنده را نشان می‌دهد.
- ۳) عملکرد باز کردن مسیر لوله‌هایی را نشان می‌دهد که توسط اسید چرب مسدود شده است.
- ۴) فراورده این واکنش، خود نوعی پاک کننده است.

پاسخ



فیلم

گزینه صحیح ۱

این واکنش عملکرد باز کردن مسیر لوله‌هایی که توسط اسیدهای چرب مسدود شده است را نشان می‌دهد. برای این کار از محلول سدیم هیدروکسید غلیظ استفاده می‌شود؛ زیرا مسدودکننده‌ها خاصیت اسیدی دارند. فراورده واکنش صابون محلول در آب است که خود نوعی پاک کننده است و چربی‌های اضافی را می‌زداید.



